

ЭРИК Т. БЕЛЛ



# МАГИЯ ЧИСЕЛ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МЫСЛЬ

ОТ ПИФАГОРА ДО НАШИХ ДНЕЙ

Эрик Белл

**Магия чисел. Математическая  
мысль от Пифагора до наших дней**

«Центрполиграф»

1946

## **Белл Э. Т.**

Магия чисел. Математическая мысль от Пифагора до наших дней /  
Э. Т. Белл — «Центрполиграф», 1946

Американский математик, исследователь в области теории чисел Эрик Т. Белл посвятил свою книгу истории происхождения математической мысли и разработки численной теории с момента ее зарождения в древности до современной эпохи. Обоснованно и убедительно автор демонстрирует влияние, которое оказала «магия чисел» на развитие религии, философии, науки и математики. Э.Т. Белл рассматривает процесс превращения числа из инструмента счета в объект культуры, сформировавшийся в VI веке до н. э. в школе древнегреческого философа, мистика, физика-экспериментатора и математика Пифагора – главного героя его исследования. Основопологающим моментом учения великого ученого древности стала доктрина о том, что «все сущее есть число». Доктор Белл изучил развитие этой доктрины: ее упадок в XVII веке и блистательное возрождение в современной физике. Автор также представил и проанализировал труды таких гигантов математики, как Галилей, Джордано Бруно, Ньютон.

© Белл Э. Т., 1946

© Центрполиграф, 1946

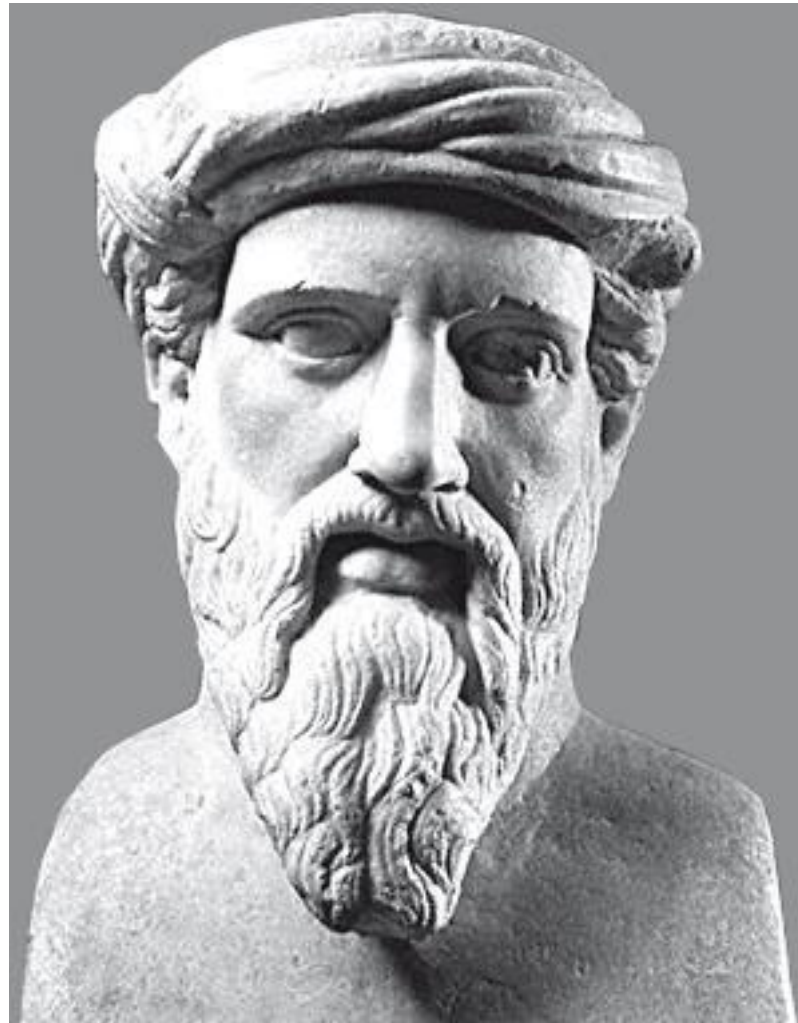
## Содержание

Глава 1	6
Глава 2	12
Глава 3	17
Глава 4	21
Глава 5	24
Глава 6	27
Конец ознакомительного фрагмента.	28



**Эрик Т. Белл**  
**Магия чисел. Математическая**  
**мысль от Пифагора до наших дней**  
**Eric Temple Bell**

*The Magic of Numbers, Whittlesey House, 1946*



## Глава 1

### Прошлое возвращается

Пифагор – объект нашего повествования. Рожденный за пятьсот лет до начала эры христианства, этот гигантский ум наложил отпечаток на пути развития западной цивилизации. В определенном смысле, его идеи сейчас не менее актуальны, чем в то время, когда он жил и когда дал импульс и определил направление развития донаучной истории к построению современной, неведомой ему, научной и технологической культуры.

Мистик, философ, физик-экспериментатор и, прежде всего, математик, Пифагор оказал значительное влияние на идеи современников и предвосхитил научный мистицизм нашего времени. Его гений оказался столь многогранен, что в Средние века даже слепые предрассудки и наиболее бескомпромиссный рационализм вынуждены были отступать перед ним. «Он так сказал». Основополагающим моментом его учения стала мистическая доктрина о том, что «все сущее есть число». В конце XVI века, в связи с возрожденными Галилеем экспериментальными методами в физике, методами, пионером которых за двадцать два века до этого был Пифагор, мистицизм чисел в науке был изжит.

XVII век ознаменовался созданием новой математики Ньютона и Лейбница, призванной упорядочить постоянно меняющийся поток познания, подчинив его строгим рассуждениям. Соединив математику с точным наблюдением и целенаправленными экспериментами, Ньютон с его последователями в XVII и XVIII веках создали современный научный метод для изучения астрономии и физических наук, который в неизменном виде просуществовал до третьего десятилетия XX века. Двудесятилетняя цель этого метода – суммировать наблюдаемые явления развития планеты с тем, чтобы определить главные закономерности, называемые их первооткрывателями «законами природы». Практически всегда наблюдения и опыты остаются первым и последним аргументом в исследовании. Каким бы разумным и каким бы верным ни казалось умозаключение математиков или иных строго дедуктивных, чисто умозрительных оценок, их нельзя принимать без результатов наблюдений или опытов.

Успехи такого подхода с лихвой перевешивали его поражения на протяжении всего XIX века и победно шагнули в век XX. Менее чем за два века применение научных технологий в промышленном производстве продиктовало существенное преобразование западной цивилизации, имевшее большее значение, чем все войны и революции предыдущих тысяч лет.

Попутно с этой эпохальной революцией в материальном мире столь же разрушительные изменения время от времени опрокидывали устоявшееся мировоззрение, из поколения в поколение владевшее умами людей. Вселенная как объект познания науки не всегда была откровением и традицией веры, и даже не всегда тем, что в соответствии с логикой, по общему мнению не ведающей ошибок, считалось фактом. И в этом случае все без исключения абсолютные истины за последние более чем две тысячи лет были тщательно пересмотрены и изучены. Все, что оказалось лишенным позитивного смысла, было безжалостно отвергнуто. Рассуждения, не подкрепленные опытом, больше не считались инструментом познания при освоении материальной части мироздания. Даже в традиционной сфере его

применения стерильность умозрительного подхода вызывала сомнения. Какую ценность для человечества представляют истины, оградившие себя от объективного исследования? Утверждения, что истины, отличные от научных, которые существовали в сфере вечного бытия и были недоступны для науки, имеющей ограниченные возможности, «подавили» лозунгом: «Опыт – критерий истины». Потом, около 1920 года, у прогрессивных ученых начали появляться сомнения.

К середине 1930-х годов несколько выдающихся и уважаемых физиков и астрофизиков поменяли свои взгляды на диаметрально противоположные. Безбоязненно взглянув в прошлое, они без сомнений большими шагами устремились назад в VI век до Рождества Христова, дабы воссоединиться со своим учителем. Хотя адресованные ему приветствия звучали куда более замысловато, чем любые слова, которыми мог бы пользоваться Пифагор, но говорили они на одном с ним языке. Смысл, сокрытый в рафинированной системе обозначений и замысловатых метафорах, не изменился за двадцать пять веков: «Все сущее есть число». Он понял их.

Возврат от опыта к умозаключениям, восторженно принятый отдельными философами и учеными, другие встретили с сожалением. Но главенство факта в новом подходе даже не обсуждалось. Либо это новые лидеры вернулись назад к Пифагору, чтобы подтвердить его правоту на протяжении прошедших веков, либо он сам перескочил через время, чтобы подвигнуть их к осознанию того, что современный научный подход Галилея и Ньютона лишь простое заблуждение.

Для начала исследовательское паломничество в прошлое бесстрашных ультрамодернистов задержалось в тени Платона. Быстро осознав, что во всем, что имело отношение к мистике чисел, Платон сам являлся лишь учеником, они отправились на поиски учителя. За два века до рождения Платона Пифагор поверил сам и учил других, что чистый разум, не подкрепленный опытом, в состоянии проникнуть в суть любых явлений, при этом наблюдение и опыт могут стать лишь ловушкой для излишне доверчивого ума. А из всех языков, в которых постоянные знания противостоят изменчивым точкам зрения, только язык чисел и есть та единственная опора, на которую можно смело полагаться чистому разуму.

«Он так сказал», – и ныне, спустя двадцать пять веков после смерти, он продолжает жить в языке нарождающейся науки. Ярый сторонник теории реинкарнации и переселения душ, Пифагор мог бы в конце концов найти подходящую обитель среди абсолютных абстракций теоретической физики XX века. «За свое вероотступничество от единственно верной истины, – признавался бы он сегодня, – я был обречен проживать жизнь за жизнью в ужасных догмах ложных философов и еще более ужасающих грезах вульгарных нумерологов. Но теперь я свободен от пут Колеса рождений. Когда, чтобы понять закономерности музыкальных пауз, я экспериментировал, полагаясь на руки и слух, я согрешил против божественного духа истины, осквернив душу чувственным восприятием. Затем передо мной предстали числа, и я понял, что все время до того, как я осознал мир чисел, я предавал лучшую часть самого себя. Провозглашая истину, что все сущее и есть число, я стремился очистить душу и освободиться от Колеса рождений. Но этого оказалось недостаточно. Мало кто уверовал, а большинство и вовсе не поняли. Дабы искупить свой грех, я прошел сквозь чистилище ошибок и ложных утверждений, когда имя мое восхваляли глупцы и фигляры. Теперь же я вижу конец своих мучений в лучах нового просвещения, которое существовало задолго до моего появления как Пифагора. Обман чувств больше не будет вводить человечество в заблуждение. Наблюдение и эксперимент, лживые пособники чувственного опыта, исчезнут из человеческой памяти, и останется один только чистый разум. Все сущее есть число».

Пророчество гения стало менее абстрактным и более совместимым с научными достижениями XX века. Говоря языком физиков-математиков и астрофизиков, он углубился в детали. «Я уверен... что все законы природы, которые принято относить к фундаментальным, могут быть выведены исключительно путем эпистемологического анализа». Слегка отвлекшись, он напоминает нам, что эпистемология есть раздел метафизики, который занимается теорией человеческого познания. Дабы избежать возможного недопонимания применяемых им терминов, он детально излагает собственное еретическое кредо. «Разум, незнакомый с устройством мира, но которому ведом механизм познания, с помощью которого человеческий ум истолковывает содержание чувственного опыта, сумеет постичь все знания в области физики, которые

мы приобрели опытным путем. Он не станет копаться в конкретных событиях или объектах нашего опыта, но он докопается до сути обобщающих тенденций, которые мы основываем на них. Например, он предположит факт существования и характеристики натрия, хотя не сумеет определить размер Земли».

Если Пифагор (говоря это в 1935 году через чревоушителей, в частности сэра Артура Эддингтона, лидера обратного хода в прошлое) оказался прав, ученые-экспериментаторы, начиная с Галилея и Ньютона, напрасно столь много потрудились, дабы познать очевидное и провозгласить давно известное. Если утверждение, что опыт может дать ответ на любые вопросы, ложно, тогда справедливо утверждение, как заявляли отдельные древние ученые, что разум может дать ответы на все вопросы или, как считали последователи Пифагора, почти на все. Поскольку, как нас только что предостерегли, разум человеческий может оказаться бессилен в определении диаметра Земли только на основе всей заложенной в него информации. Но этот недостаток практически пренебрежимо малый в сравнении со способностью предвидеть существование и характеристики химического элемента «исключительно путем эпистемологического анализа».

Правильно настроив ход своих мыслей, сидя в пустой комнате и не вставая со стула, эпистемолог может заново открыть для самого себя все, что за три века со времен

Галилея и Ньютона ученые-естествоиспытатели установили с помощью наблюдения и опыта в области «фундаментальных законов» механики, теплообмена, света, звука, электричества и магнетизма, электроники, строения вещества, химических реакций, движения небесных тел и распределения галактик в космическом пространстве. И в результате таких же чисто умозрительных рассуждений мыслитель-эпистемолог сумеет постичь проверяемую гипотезу об уникальном явлении, которое до сих пор остается малоизвестным для естествознания, например о внутреннем движении спиралевидных туманностей.

Если хоть часть из этих впечатляющих утверждений подтвердится, возврат к пифагореизму в XX веке запомнится на десятки тысяч лет, как рассвет наступающей эпохи постоянного просвещения и конец долгой ночи ошибок, которая спустилась на западную цивилизацию в XVII веке. Дорогостоящая аппаратура наших лабораторий и обсерваторий будет разрушаться и ржаветь, за исключением, может быть, нескольких реликвий, внушающих ужас, помещенных в качестве экспонатов во Всемирном музее ошибок человечества. А над входом борцы за здоровую психику и здравомыслие начертали бы прописные истины, которые раскрепостили человечество: «Опыт ничего не дает. Только разум отвечает на все вопросы». Чтобы как-то уравновесить сказанное, те же блюстители расписали бы фронтоны Храма знаний и мудрости универсальной формулой и суровым предупреждением: «Все сущее есть число. И да не переступит порог мой всякий, кто несведущ в арифметике».

Но все это пока так и остается в спокойной безмятежности грядущего золотого века, пока мы, к своему несчастью, должны продолжать высекать искры из огнива и плодить ошибки современности. Дабы облегчить свою участь, мы можем вернуться в прошлое на часок-другой, чтобы прочитать там об убеждении в спокойствии нашего настоящего и надежде на наше будущее.

О чем мы спросим прошлое? Многочисленные интересные вопросы напрашиваются сами собой. Как такие же люди, как мы с вами, вообще пришли к такой глупости, как вера в нумерологию? И что заставило уважаемых ученых XX века от Рождества Христова черпать свою философию познания из VI века до Рождества Христова? Правы ли нумерологи, поборники магии чисел, правы все эти века, а большинство думающего человечества заблуждалось?

Что касается истории вопроса, то все началось веков двадцать шесть тому назад с простейшей арифметики и геометрии уровня начальной школы. Ничего такого, что не смог бы понять нормальный ребенок двенадцати лет от роду. Что же касается вопроса, кто прав, а кто ошибается, то физик или инженер более склонен к математическим доводам, чем матема-



тик или логик. Единицы среди инженеров или физиков рискнут посвятить свой блестящий ум небольшому, но обличающему трактату о ненадежности принципов логики. Математик же способен на это. Логика в своем наиболее надежном проявлении и есть математика. И хотя математическое мышление, как и любое другое, имеет жесткие пределы, оно остается наиболее мощным. Но поскольку впечатление о том, будто математика создает что-то из ничего, в то время как это совсем не так, ей приписывают сверхъестественные силы даже сами математики и логики.

Когда сложное математическое доказательство заканчивается захватывающим пророчеством, впоследствии подтверждаемым наблюдением и опытом, физику вполне простительно ощущение соучастия в сотворении чуда. Когда же маститый математик понимает, что совершил открытие, к которому совсем не стремился, он вполне может на какой-то момент уверовать в то, во что Пифагор верил всю свою жизнь, и может даже повторить вслед за именитым английским математиком Годфри Харолдом Харди, признавшимся в своей вере: «Верю, что математическая реальность существует вне нас, а наше предназначение состоит в том, чтобы открывать и описывать ее, что теоремы, которые мы доказываем и которые высокопарно именуем своими «достижениями», просто есть наши записи своих наблюдений. И этой точки зрения придерживались в той или иной форме многие очень известные философы начиная с Платона...»

Оправившись от изумления от своей собственной гениальности, среднестатистический математик XX века мог начать сомневаться, по крайней мере, в практичности верования Платона, особенно если случайно узнал об имевших место открытиях в философии математики с конца XIX века. Обуреваемый сомнениями может даже согласиться с известным американским геометром Эдвардом Казнером в том, что «реальность Платона» в математике была давным-давно ниспровергнута математиками, лишенными мистического подхода, и сильно удивиться, что рационально мыслящие индивиды вообще могли когда-либо этим увлечься. Вот как он сформулировал свою мысль: «Мы перешагнули через мнение, будто математические истины существуют независимо и вне нашего сознания. Даже странно, что такое мнение когда-либо существовало. Но именно в это верил Пифагор... и Декарт, наряду с сотней других великих математиков до наступления XIX века. Ныне математика свободна, она сбросила свои цепи. Каким бы ни было ее существование, мы признаем его свободным, как мышление, цепким, как воображение».

Не нам судить о двух школах познания. Отметим только, что каждый из процитированных ученых опубликовал свое мнение в 1940 году. Даже в суде было бы трудно столкнуться с более острыми разногласиями между компетентными экспертами. Подобное неразрешимое противоречие во взглядах отделяет современных последователей пифагорейской школы от представителей старой школы, продолжающих упорствовать в том, что достоверное знание материального мира не может быть признано без наблюдения и опыта.

Моей единственной целью в последующих главах является попытка отследить, как эти различия во взглядах уживаются в науке. И хотя сама тема есть число, не потребуются более серьезных знаний, чем простая арифметика, для понимания сюжетной линии. Случайное упоминание некоторых очевидных положений о свойствах прямых линий, наподобие тех, которые изучают школьники младших классов, никого не должно пугать своим названием – геометрия. Важны не эти банальные истины из курса начальной школы. Важно, какие причудливо сверхъестественные выводы из этих банальностей делают люди не менее образованные, чем мы. Дабы исключить превращение нашего путешествия в прошлое в поездку через долину древних скелетов, нам необходимо, насколько это возможно, познакомиться с великими людьми, которые ответственны за наши современные крайне разнообразные и противоречивые точки зрения. Почти все, о ком пойдет речь, хорошо известны, а их вклад в развитие цивилизации общепризнан. Их работы знают меньше, но они-то нам и интересны, поскольку представляли значи-

тельно больший интерес, чем те постулаты, из-за которых многие и вошли в историю. Некоторые имена кому-то покажутся новыми. Их всего около десятка из сотен, оставивших след в магии чисел и во всем, что повлияло на наши попытки мыслить правильно.

Если у кого-то так и не возникло повода установить для самих себя, к чему привели и продолжают вести (через методы, рожденные ими) древние знания о числах, можно просто немного побродить вокруг главных святынь, где находила приют магия чисел по пути из Древнего мира в современный. Время и постоянные изменения в терминологии искривили исторические знания до такой степени, что ядро арифметических истин в центре древних артефактов не всегда заметно случайному наблюдателю. По большей части влияние таких очевидно тривиальных выкладок, как «три плюс семь равно десяти», на философское, религиозное и научное мышление подернуто налетом символизма устаревших попыток создания полноценной картины материального мира. Сколь амбициозны и вдохновляющи ни были бы эти попытки, но они весьма далеки (по крайней мере в плане амбиций) от более ранней борьбы в попытках объяснить место человека языком чисел. У античных пифагорейцев, обладавших весьма развитым воображением, добродетель определялась одним числом, зло – другим. А трудно детерминируемые эфемерные понятия Истины, Красоты, Добра были сублимированы в «идеальные числа» не кем иным, как метафизиком Платоном. И хотя кажется странным, как Пифагору удавалось верить, будто любовь и брак предопределены числами, мы имеем возможность наблюдать подобные верования и сегодня.

Сквозь века древняя магия чисел прокладывала свой путь шаг в шаг с лишенной мистицизма наукой. Если неумолимое исследование чисел поддерживало развитие науки и этим способствовало освобождению от предрассудков и суеверий, оно же и увековечивало старые верования, которые никто, кроме горстки толерантных исследователей, не назовет просвещением. Некогда выделившись из научных исследований, эти упрямые верования давным-давно потеряли свою значимость для ученых. Но вера в то, что числа являются исходным ответом на все загадки физического мира, хотя и трудноуловимым, до сих пор прослеживается в рафинированном варианте математического мистицизма современных пифагорейцев. Наша основная задача будет заключаться в том, чтобы проследить главные этапы продвижения данного неодолимого утверждения в сегодняшнюю действительность из глубокой древности, столь глубокой, что только легенды о ее существовании достигли нашего времени.

Слегка предвосхищая события, отметим, что три категории мыслителей увлеклись сложными теориями жизнеустройства и мироздания, основанными на обманчивой гармонии чисел. Вопреки бытующему мнению математики оказались далеко не первыми, а скорее последними воспринявшими игру чисел всерьез, возможно излишне серьезно. Ближе к истокам нумерологии стоят не математики, а ученые, а еще ближе – священники. Ученым может оказаться примитивный астролог, прочитавший в движении планет значительно больше, чем любой современный астроном сумеет разглядеть. И все же он проявлял себя ученым в том, как пытался привести свои примитивные наблюдения за материальным миром в какую-нибудь рациональную систему.

Что же касается священника, выглядывающего из-за спины ученого, то неугомонные, вездесущие и плодовые числа напоминают ему легкоузнаваемые рассказы. Он и ему подобные веками ведали, что наибольший потенциал магических сил сокрыт в числах. Но только когда большинство человечества восприняло числа в качестве наиболее универсального средства в астрологии, торговле, сельском хозяйстве, астрономии и азах инженерии, появились те, кого ныне величают математиками, кто начал изучать числа ради самих чисел. Их вклад в накопление справедливых познаний сподвиг людей, одаренных большим воображением, на неустанные поиски чудесных взаимосвязей между числами и их трактовку согласно собственным желаниям. В результате наступил золотой век греческой философии.

К тому времени, когда наиболее многогранные толкователи чисел выработали собственные теории истины и материального мира, плебейские прародители блестящих доктрин конкретных философов-аристократов были уже преданы забвению. Некогда пользовавшаяся заслуженным уважением арифметика стала достоянием математиков и ученых. Одновременно старая магия чисел попала в руки искренних, но впавших в заблуждение фанатиков, чьи помыслы были, без сомнения, праведны, но чьи жреческие подтасовки обычной арифметики едва ли сильно отличались от простого шарлатанства.

В XVII веке, ознаменовавшем прорыв науки, опирающейся на опыт, древняя магия чисел существенно утратила былую популярность. Позднее нумерология практически совсем исчезла из философии, хотя Кант в конце XVIII века частично вернулся к ней, а спустя полвека крайне прогрессивный Комт почти потерялся в превратностях нумерологии. То, что от нее осталось, буйно расцвело на ниве предсказаний удачи. Более странное применение едва ли можно было придумать. Но нумерология не

пропала окончательно. Совсем неожиданно в третьем десятилетии XX века заблиставшая и набравшая уважение в ослепительной символике новой физики, древняя нумерология вновь вернулась к полноценной жизни. Число «взяло в свои руки бразды правления» в изучении бескрайнего и обширного космоса, превосходящего ограниченные рамки небес, которые Пифагор и Платон могли вообразить. Выполнив резкий разворот, современные последователи Пифагора устремились назад, дабы поприветствовать своего учителя и воздать ему должное.

## Глава 2

### Жезл фараона

Пока для большинства людей стояла задача поиска пропитания, одежды и крова, только наиболее стойкие находили время задуматься о роли человека в этом мире. Вот почему совсем неудивительно обнаружить доминирование прагматического подхода в большинстве ранних работ в области чисел среди существующих письменных свидетельств. Например, египетский земледелец, живший пять или шесть тысяч лет тому назад, должен был знать, когда следует ожидать ежегодного разлива в долине Нила, и для этого ему требовался заслуживающий доверия календарь.

Даже самый примитивный календарь предполагает знакомство с числами, более глубокое, чем демонстрируют самые лучшие из обыкновенных людей. Искусство счета сформировалось не за один день, а многие из полудивилизованных сообществ так и остановились на цифре десять в попытках пересчитать свои пожитки. Для этих людей все числа свыше полудюжины или около того сливались в единое целое и таяли в бесчисленном множестве. Такие количества имели не большее практическое значение для бездомного кочевника, чем понятие бесконечности – для бухгалтера с Уолл-стрит.

Вместо современного математического понятия «бесконечность» мудрец из небольшого сообщества ограничивался при подсчете расплывчатым определением «много». Этого было вполне достаточно для его магических предсказаний: различие между нищетой и изобилием вполне покрывалось разницей между шестью и десятью, а значимое неизвестное лежало в области между десятью и пятнадцатью. Скорее на глаз, чем путем рассуждений, предсказатель, мало чем отличавшийся от скотовода, определял, имеет ли сообщество достаточно или обладает лишним.

Маловероятно, что мы в один прекрасный день узнаем, когда, где или как человечество научилось не задумываясь считать с легкостью цивилизованного семилетнего ребенка. Едва ли сумеем установить, какие народы первыми освоили искусство счета в полном объеме.

Опираясь только на достоверные факты, можно определенно утверждать, что к 3500 году до н. э. египтяне значительно переросли примитивную неспособность уверенно оперировать большими числами. На жезле фараона тех лет зафиксировано пленение 120 000 человек, захват 400 000 волов и 1 422 000 коз. Эти очень впечатляющие округленные числа предполагают одно из двух. Либо победивший фараон имел богатое воображение и раздутое эго, либо египетские счетоводы были обучены подсчету больших множеств.

Но даже это замечательное умение, как и другие, не менее значимые, не свидетельствует о том, что египтяне за 3500 лет до н. э. знали – последовательность чисел 1, 2, 3, 4, 5... действительно бесконечна. Они вполне могли без должной уверенности полагать, что всегда найдется число, которое будет на единицу больше любого представляемого числа, но они не оставили о том никаких письменных свидетельств. Наоборот, все наши знания о египтянах говорят о том, что египтяне могли полагать, что числа 1, 2, 3... где-то, когда-то достигают своего конца. Должен был случиться рывок мысли более существенный, чтобы концепция бесконечности счета была признана в математике и философии.

Так или иначе, данная запись о 120 000 пленных, 400 000 волов и 1 422 000 коз на жезле фараона действительно раскрыла факт непреходящего значения в эволюции чисел. Мы, которые учимся бойко считать еще до того, как начинаем читать, не придаем значения единственному важнейшему свойству чисел. Потребовалась бы почти сверхчеловеческая проницательность, чтобы понять, когда же впервые это заметили, и, скорее всего, можно предположить, что очень немногие даже из числа самых внимательных исследователей способны заметить

это в хвастливом перечислении победителем собственных трофеев. Так случалось со многими фундаментальными открытиями в математике и других науках, проблема данного открытия состоит в его удивительной простоте... когда оно уже сделано.

Проглядывая перечень трофеев, что мог сказать победитель о каждой из трех групп, что было бы справедливо для всех? Он, видимо, мог заметить, что все три состоят из живых существ. Возможно, так оно и было, но тогда он не придавал этому особого значения, не отразив этот факт в списке. Как ни странно, он записал и обратил внимание на то, что все три группы живых трофеев (пленные, волы и козы) сопоставимы одним-единственным процессом. Все они могут быть посчитаны.

Если такой подход кажется слишком упрощенным, попробуем воспользоваться иными характеристиками, отличными от чисел, присущими каждой из групп, которые окажутся столь же важными и потенциально полезными. Требуемые характерные черты должны быть полностью независимыми от происхождения единиц учета, объединяемых в несколько групп. Возможно, задача представляется слишком легкой: описать проблему в полном объеме. Подумаешь, несколько множеств материальных предметов, имеющих что-то общее? Каждое множество может быть посчитано. Более того, и победитель об этом, скорее всего, знал; для конечного итога нет разницы, в каком порядке трофеи оказались подсчитаны, не важно, велся ли подсчет одного за другим, семерками, десятками, в любом случае результат был бы одинаков. Маги победителя сумели бы даже убедить своего господина, что один жезл легко превратить в два. Но им никак не удалось показать 1 422 001 козу, если по подсчетам их было только 1 422 000.

Кажущаяся простота подсчета скрывает суть вещей, что делает ее полезной и по-философски гипнотической. Если всему дать имена, то можно говорить об универсальности и неизменности чисел, порожденных счетом. Универсальность всегда права и всегда значима, она давно стала желанной для многих философских течений. Неизменность или отсутствие изменений посреди перемен отвечает запросам не одной религии и даже в наш век позволяет кодифицировать законы в области физических наук. Для примера из повседневной жизни: скажем, встретились пять человек, а потом расстались. Что бы они ни делали, как бы их ни разбросало по земле, сколь ни различны оказались бы их судьбы, число пять (результат подсчета) остается без изменений. Оно не зависит ни от космических катаклизмов, ни от времени. Более того, все то же число пять будет обозначать любые единицы учета в любом множестве из пяти предметов, какими бы они ни были.

Обыденные для нас универсальность и неизменность чисел оставались на протяжении многих веков за пределами воображения управляющих, пересчитывающих трофеи. Числа были полезны им, и это, пожалуй, все, что им требовалось знать для собственного выживания и процветания. Корни счета уходили далеко назад в прежние времена, а их собственная цивилизация так продвинулась вперед, что, по-видимому, им никогда не приходило в голову поинтересоваться, что есть число, или поразмышлять, как человечеству выпал случай изобрести числа. Все эти метания человеческой души продлятся многие тысячи лет. Даже любознательные греки не уточняли, что есть числа, хотя Пифагор и его последователи время от времени говорили о них как о живых существах.

Другой вопрос, кто придумал числа, возможно, неправильно сформулирован. Представляется, что числа никогда не были сознательно изобретены одним человеком или группой людей, они скорее эволюционировали в течение нескольких непримечательных этапов, наподобие того, как (полагают некоторые) возник язык, который появился из нечленораздельных криков. Где-то, как-то люди могли приобрести привычку использования чисел, не придавая этому особого значения. Тем не менее числа 1, 2, 3... демонстрируют некоторые признаки внезапного озарения и осознанного изобретения. И наиболее существенные из них снова связаны с универсальностью и неизменностью чисел. Пусть никто не знает, было ли так на самом



деле, но заманчиво предположить, что некий безвестный гений абсолютно неожиданно для себя осознал, что мужчина и женщина, камень и рогатка, сон и закат и практически любая пара любых предметов, живых существ или явлений одинаковы в одном, и только в одном. В своей «парности». От этого откровения до постижения непосредственно числа «два» гигантский шаг, но какой-то человек сделал этот шаг за много веков до фараона, пересчитавшего трофеи.

Как бы ни казалось это слишком легко, примем число «два» как общеизвестный факт, каковым он, по-видимому, и является, и зададим вопрос, чем число два, рассматриваемое в качестве числа вне зависимости от его употребления, «действительно является». Короче, нам предстоит дать числу два определение, приемлемое по меньшей мере для некоторых (но не всех) математиков XX века. Такое же определение следует дать любому натуральному числу.

Это не так просто. Между подсчетом 1 422 000 коз и разумным и достаточным определением числа два имеет место разрыв примерно в 5500 лет, в течение которых ни математики, ни логики не в состоянии убедить, что по существу есть число два. Руководствуясь принципом, что конечность – последнее, чего жаждут математики получить от математики, просто ограничимся дефиницией. Число два является классом тех вещей, которые отличаются парностью, то есть которые можно составить в пару (один и один) с другими составляющими пару. Понятие «класс» следует воспринимать интуитивно как аксиому, не требующую доказательств. Видимое заикливание понятий «два» и «пара» чисто случайное и может не рассматриваться. Следовательно, натуральное число «два» есть класс, и подобным образом любое натуральное число является классом.

Не предпринимая попыток провести анализ этой достаточно сложной для понимания дефиниции, заметим, что (когда она изучена и понята) в ней нашло отражение то, что ускользнуло от первого человека, установившего, что все эти множества – муж и жена, исток и смерть, птица и гроза – имеют в общем только собственную двойственность. Это наблюдение, кто бы ни оказался его автором, заложило основы арифметики. Оно же стало секретным источником всех видов магии чисел, проникшей в античную философию, средневековый мистицизм чисел и современную науку.

Мы рассмотрели один из возможных источников происхождения чисел. Предположив, что числа были изобретены, мы совершили большое, но не преднамеренное насилие в отношении более чем одной уважаемой теории чисел, включая теорию Платона, и подорвали верования многих выдающихся математиков XIX и XX веков. Исторически наиболее широкое распространение получила другая альтернатива. Если числа не были изобретены человеком, они могли быть (не обязательно «должны быть») открыты. Здесь проходит граница, где заканчиваются знания и начинаются предположения.

Отдельные математики уверены, что числа были изобретены людьми. Иные, не менее компетентные, уверены, что числа независимы и существуют сами по себе, а отдельные смертные, достаточно образованные, просто следуют этим представлениям.

Различие между двумя теориями далеко не тривиально. Обе, возможно, не имеют смысла. Однако вполне вероятно, что неправильно сформулирован сам вопрос: «Были ли числа изобретены или открыты?» И нашим потомкам он покажется столь же лишенным смысла, как вопрос: «Честность голубого цвета или треугольная?» Но в настоящее время (пока еще не вмешались психологи) вопрос о числах кажется нам вполне логичным, как и ряд других вопросов, ответ на которые может быть однозначен. Например: «Америка была открыта в 1492 году или тогда ее изобрели?» Или: «Уатт изобрел паровой двигатель или открыл его?»

Даже поверхностно эти четыре выбранных для примера вопроса абсолютно разноплановые. Хотя тот, что о честности, с точки зрения грамматики производит впечатление разумного, а на практике является просто набором лишенных смысла слов. На вопрос об Америке можно ответить быстро, если только он не обсуждается в метафизическом обществе с применением признанных методов оценки исторической очевидности. Вопрос об Уатте и паровом двигателе

мог бы быть урегулирован тем же способом. Но какой-нибудь глубокомысленный философ заметил бы, что неизменная структура физического мира и строение человеческого разума лишь требовали создания парового двигателя раньше или позже согласно исторической предопределенности постепенного открытия.

Не утруждая себя формированием позиции, признаем, что в этом случае Уатт может выступить в роли отчасти изобретателя и отчасти открывателя. Вполне допустимо даже найти какой-то смысл в утверждении, что сам паровой двигатель ожидал своего открытия за много лет до того, как возникла Солнечная система. Уатт в этом случае оказался бы только наблюдателем уже существующего.

Вопрос о числах – были ли они открыты или придуманы – нельзя представить способом, приемлемым в случае с вопросом об Америке. Какой ответ мы предпочтем, по большей части определяется на уровне наших эмоций. Ясно, что на вопрос нельзя дать ответ никаким объективным или документарным исследованием, но все-таки он явно не лишен смысла. В этом плане он напоминает несколько других коренных вопросов, касающихся отношения человека к вселенной, над которыми бьются многие века философы, теологи и ученые. Те, кто заявит, что числа были открыты, может согласиться, что человек – лучшее творение Бога. А те, кто склоняется к мнению о человеческом участии в происхождении чисел, скорее склонен категорично утверждать, что человек, без всякого сомнения, сам создал своих богов в собственном воображении.

Нет необходимости занимать ту или иную сторону в этой веками длящейся борьбе мнений. В данной книге постараемся рассмотреть только фазы этой борьбы, уходящей в глубь веков, и уяснить, насколько глубоко вера людей в реальность чисел по Платону (утверждавшему, что числа существуют в качестве сверхчеловеческих «структур» вне человеческой доступности) оказала влияние на взгляды ученых в других областях знания, очень далеких от математики, а возможно, и более важных для человечества. Есть или нет ответ на вопрос: «Были числа изобретены или они были открыты?», есть ли смысл в вопросе, или он неправильно сформулирован, самое существование данного вопроса на развитие рационального мышления имеет большее значение, чем если бы однажды на него дали ответ. Эмоциональные и рациональные попытки дать ответ продолжают порождать как минимум противостояние, если нет ничего более путного. Вопрос остается старейшим и наиболее простым из всех вопросов, касающихся природы математических истин. История так и не дает универсального и приемлемого ответа на него. Остается надежда на науку.

Вместо попыток выяснить происхождение чисел посредством гипотетических реконструкций истории нашей расы, психологи отправились к той же цели через реконструкцию поведения индивидуума на ранней стадии развития. Счетот будующий арифметик начинает заниматься, когда, будучи маленьким ребенком, впервые вылезает из колыбели и плюхается на стульчик. Впервые в своей жизни он тогда осознает «не-я». «Я» и «не-я» – это уже матрица любого множества. Окажется не так уж и странно разглядеть в этом сокрушительном узнавании враждебного «не-я» подсознательное начало бедствия, связанного с числом два, всеми, кто владел знанием о мистике чисел от древних пифагорейцев до теологов-нумерологов Средних веков. Два, «диада», «не-1» неизменно являют собой нестабильность и что-то плохое, реально вводящее в заблуждение, подобно двухдолларовой банкноте. Живший в XIII веке знаток чисел Данте, например, доказывал необходимость «объЕДИНения» империи, поскольку «пребывание в единице» является дорогой к «пребыванию в благости», а «пребывание во множестве» – дорогой к «пребыванию в несчастье». Именно по этой причине Пифагор ставил «один» на сторону добра, а «много» – на сторону зла. Данте следовало бы добавить, что Платон продолжал Пифагора в этом вопросе и что каждый из них, скорее всего, испытывал давление неосознанных воспоминаний раннего детства. Если только будующий мистик чисел не окажется от рождения солипсистом, он достаточно рано познает, что не является всемогущей и всезнаю-

щей Единицей, или Божественной Монадой. Дальнейшие примеры – со столами вместо стульев – могли бы породить ощущение «не-стула». Любящие родители маленького ребенка и не слишком любящая его домашняя кошка внушают дальнейшие различия в отношениях этому неопытному и легкоранимому сознанию. Но если ребенку не суждено стать великим философом математики, он вряд ли интуитивно почувствует, что его родители и кошка делят между собой нечто универсальное, состоящее из трех неодушевленных предметов, таких как два стула и стол. В действительности он, возможно, никогда не откроет (или изобретет) «3, 4, 5...» самостоятельно, но тогда его научат этому родители. От кого его родители узнали числа? От своих родителей. И так далее, назад к дикарям.

В этой точке психоанализ чисел утрачивает былую уверенность в себе. У кого учился дикарь? Его родители остановились на «шести». Неужели гений из племени изобрел семь, которым пользовался, чтобы сосчитать стрелы отца, неспособного пересчитать их самостоятельно? Или семь ожидало, когда же его вытянут из царства вечного бытия? И останется ли это число тогда, когда человеческая раса исчезнет, всегда готовое быть открытым какими-то будущими представителями разумного мира? Сколько чисел созданы человеческим разумом или поведением и сколько существовали самостоятельно и были открыты? Практичному человеку будет мало толку, если он заявит, что только метафизик может задавать подобные вопросы. Историческая правда гласит, что бесчисленные множества непрактичных людей не только задавали эти вопросы, но и бились веками над ответами на них, и только благодаря их победам и поражениям практичный человек имеет очень много в своей повседневной жизни, несмотря на явную непочтительность ко всем метафизикам.

И, как обычно при подобных вопросах, желанным ответом становится неокончательный компромисс. Опыт учил дикаря, что числу можно доверять, если надо различить объекты, нравится это тебе или нет. Когда он осознал разницу между одной вещью и множеством, дикарь был вынужден (кем или чем?) пойти дальше от «трех» вещей к «четырем», и так далее до тех пор, пока не отпала надобность. Только на более поздней стадии, когда образование стало системой, появились действительно надежные общие теории чисел. На какой-то промежуточной стадии такие арифметические правила, как  $4 = 2 + 2$ ,  $4 = 1 + 1 + 1 + 1$ , получили признание, пусть даже и на уровне интуиции. Любая теория чисел, противоречащая этим постулатам арифметики, как известно, будет отвергнута, как непригодная к употреблению.

Хотя основные вопросы оставлены без ответа, этот компромисс преследует двойное преимущество сохранения обеих дверей открытыми: одна – в натурализм, другая – в супернатурализм. После первого шага колебания больше неуместны. Множества мистиков, философов и математиков, избравших вторую дверь, придерживаются теории чисел как продукта творца. Отдельные представители наделяют числа силой, перед которой склоняются даже боги. Те же, кто предпочел путь натурализма, не находят в них ничего сверхчеловеческого. Но их негативные высказывания были широко проигнорированы, а сами они не достигли высот популярности. Несколько независимых ученых, отказавшихся войти в какую-либо дверь и продолжавших думать самостоятельно, остались практически без поддержки.

Следующий значительный исторический эпизод после жезла фараона в 3500 году до н. э. имел место в Вавилоне, пятнадцать веков спустя.

## Глава 3

### Во благо их самих

Древних египтян числа интересовали только с точки зрения практического применения как в различные периоды, так и на закате их цивилизации. Поэтому арифметика в Древнем Египте практически не развивалась, приобретая около 1700 года до н. э. странную неуклюжую форму. Примерно в это же время завершилось возведение Стоунхенджа. В этом нет ничего странного. Любознательность в отношении чисел как таковых и проявление интереса к темам, не приносящим сиюминутного результата, были необходимы для развития математики, а затем астрономии и физики, а с ними – и технологии.

Даже в античные времена параллельно с прогрессом так называемой чистой математики невероятно возросла и значимость расчетов. Практические проблемы, которые египтяне за 1700 лет до н. э. решали в первом грубом приближении, спустя четырнадцать веков были почти полностью урегулированы на любом требуемом уровне точности греческими методами. Например, количество зерна, которое могло бы попасть на хранение в египетское зернохранилище, узкое как современная силосная яма, подсчитывалось по затратному неточному варианту, основанному на методе проб и ошибок. Греческий подход, базировавшийся на чистой геометрии, позволял определить количество до пригоршни.

Общепризнано, что греки намного опередили свое время и им отдавали пальму первенства в развитии науки о числах и будущих прикладных направлений. В результате детального прочтения дюжин вавилонских глиняных табличек стало очевидно, что у греков были предшественники в гонке за бесполезным на тот момент знанием. Для целей данного исследования важно только одно положение из всех замечательных открытий, сделанных арифметиками из долины Евфрата, пока греческие племена странствовали по Малой Азии как полудивильзованные кочевники. Но будет интересно бросить хоть мимолетный взгляд на вклад вавилонян в создание (или открытие?) математики.

Возможно, наиболее примечательным является полное забвение лучших из их достижений, которые оказались стертыми из памяти человечества не меньше чем на тридцать пять веков. Безусловно, греки явно упустили из виду достижения вавилонян в арифметике и алгебре, в противном случае их собственная рудиментарная алгебра, замаскированная под элементарную чистую геометрию, оказалась бы менее неуклюжей. За исключением нумерологии, ранние греки не преуспели ни в теории, ни в практике чисел.

Толчок к первоначальному развитию арифметики у вавилонян дали шумеры. Шумеры – высокоодаренный не-семитского происхождения народ, проживавший на плодородных землях в северной части Персидского залива. К числу других выдающихся вкладов в развитие цивилизации следует отнести шумерское силлабо-идеографическое письмо, которое впоследствии трансформировалось в клинообразное письмо вавилонян. Нечто похожее имело место и в плане сохранения и передачи арифметики. Около 2500 лет до н. э. шумерские купцы уже были знакомы с применением арифметики при взвешивании и измерении, начислении процентов по займам и оформлении документов на то, что сейчас мы бы назвали краткосрочными коммерческими кредитами. Эффективное использование ими чисел позволяет предположить длительную предысторию развития, возможно тысячелетнюю. Около 2000 лет до н. э. шумеры были ассимилированы семитами-вавилонянами, и наступила золотая эра вавилонской математики. Она продолжалась целых восемь веков.

Счет вавилонян базировался на шестидесятеричной системе исчисления (шестью десятками) с легкой примесью десятичного счета (десятками). Базовые 60 выжили в нашем отсчете времени, как и в наших градусах, минутах и секундах при измерении углов. Как целые числа,

так и шестидесятеричные дроби были представлены в клинописном виде в системе исчисления по разрядам (на базе 60), в значительной степени, как записываются наши собственные числа и десятичные дроби (на базе 10) простыми символами 0, 1, 2... 9. В один прекрасный момент, неизвестно когда, но, скорее всего, в конце наивысшей стадии расцвета цивилизации, появился символ, соответствующий нашему нулю. Уже одно это стало прорывом первостепенной важности.

И хотя это представляет куда больший интерес для истории математики, чем для более узких целей данного исследования, мы можем бегло отметить, что развитие арифметики вполне естественно вело к открытию правил квадратных, кубических и биквадратных уравнений. Пусть вавилонские специалисты по алгебре не умели полностью и свободно решать произвольные уравнения, как это делают сегодня в алгебре для высшей школы, но они достигли значимого успеха. Отдельные историки математики ставят вавилонскую алгебру 2000–1200 годов до н. э. выше всего, созданного до XVI века н. э. Достижения в области геометрии и измерений просто поражают. Хотя результаты по большей части отличаются корректностью, следов доказательств не обнаружено. Отсутствие доказательств вызывает интерес с позиций исторического развития интеллекта и философии.

Одна, внешне незначительная, но в историческом плане очень важная деталь в арифметике вавилонян всплывает при приближении к временам Платона. Большие числа, и в частности одно число, видимо, привлекали их внимание. Число, о котором идет речь, – это 12 960 000, или четвертая степень числа 60 ( $60 \times 60 \times 60 \times 60$ ). В шестидесятеричной системе это число соответствовало бы десяти тысячам (четвертой степени базового числа), наши десять тысяч есть 10 000 ( $10 \times 10 \times 10 \times 10$ ). Их число могло использоваться, как греки использовали по случаю наше, дабы подчеркнуть невероятно огромное число. Но использование Платоном вавилонских «десяти тысяч», как будет продемонстрировано позднее, было несравненно более окрашено богатым воображением.

Одним из источников всего таинственного, что шло от этого числа для магов и им подобных, являлось количество его делителей. Включая 1 и само число, вавилонские «десять тысяч» (12 960 000) имеют 225 делителей, наши же десять тысяч (10 000) насчитывают жалкие 25. Если для метафизиков этого намек на вечно воскресающую вселенную недостаточно, стоит всего лишь обратить внимание, что 225 (общее число делителей 60 в четвертой степени) есть  $9 \times 25$ , а 9 – это 3 раза по вездесущей и святой во все времена 3. Если и этого недостаточно, заметим, что четвертая степень от 6 ( $6 \times 6 \times 6 \times 6$ , или 1296) имеет то же самое число делителей (25), как и четвертая степень 10. При этом четвертая степень от 10 есть десять тысяч у греков и у нас с вами, в то время как 12 960 000 есть «десять тысяч» у вавилонян, что составляет четвертую степень от 6, умноженную на четвертую степень от 10. Разве не должна ошущаемая космическая истина скрываться в подобной таинственной гармонии чисел? Скрывается она или нет, но пространные философские рассуждения о человеке и вселенной выводились из перетасовки чисел совсем не столь плодovitых, сколь приведенные выше. Будет забавно теперь внимательнее посмотреть на всю их абсолютно бесполезную чепуху.

Во времена колонизации Америки да и еще какое-то время в XIX веке школьники выпускных классов по арифметике бились над следующей головоломкой. «Земельное владение общей площадью 1000 квадратных футов состоит из двух участков. Две трети длины стороны одного квадратного участка больше в 10 раз длины стороны другого квадратного участка. Рассчитайте стороны участков». Алгебра дает два ответа: стороны участков равны 10 и 30 футам, или  $-270/13$  и  $-310/13$  фута. Арифметика разумно останавливается только на первом варианте.

Неоправданно забытая американская классика «счета в уме» впадала в ярость от этих ужасов. Отважные парни, кому удалось решить данные задачи в уме (они могли получить только первый вариант ответа, второй – просто бессмысленный вздор), видимо, проходили школу более сурового воспитания, чем мертвенно-бледные неженки, которые позднее изво-



дили уйму карандашей и бумаги и переворачивали учебники алгебры в поисках обоих ответов. Существовали более несносные задачи, чем приведенный пример, вроде задачки о сбежавшем военнопленном, имевшем с собой запас еды и питья только на два дня, которому предстояло пересечь безводную пустыню шириною сто миль бросками по десять миль в день. Но какими бы разными ни казались задачи, все они имели четыре общие черты. Они могли быть решены простыми арифметическими действиями любым, кто довольно прилично разбирался в школьной арифметике. Много легче они решались теми, кто обладал лишь весьма скромными знаниями в элементарной алгебре, и они были замысловато надуманны и лишены всякого практического смысла, и они нравились ученикам выше среднего уровня.

Две последние группы представляют для нас интерес. В современной прогрессивной школе арифметические задачи переведены в разумно практическую плоскость, часто представляя собой (причем с картинками) интересные и важные события из жизни совета местной школы, центрального вокзала Нью-Йорка, деятельности отцов города. Их легко решить в уме практически всем. К некоторому недоумению отдельных преподавателей, около 10 процентов среднестатистического класса не любят эти специальные практические задачи и даже от случая к случаю шумно выражают протесты, требуя других задач, которые заставляют нормального мальчика или девочку задумываться. Опыт древних вавилонян, кажется, свидетельствует о том же.

К 2000 году до н. э., а возможно, даже ранее 2500 года до н. э. вавилоняне довели уровень арифметических знаний до состояния вполне достаточного, чтобы осуществлять контроль за деятельностью в торговле, земледелии, строительстве, рытье каналов, астрологии и астрономии. Затем они ушли в чистую математику, выдвигая и решая бесчисленные задачи, которые даже самый беспечный историк экономики с трудом решится определить их значение. Задача об участке земли – лишь умеренный пример того, чем они занимались в указанном направлении. Она взята из математических табличек примерно 2000 года до н. э. Любого землемера даже на миг не сможет обмануть ее мнимая практичность. Если бы кому-то понадобилось узнать длину сторон участка, он не стал бы делать тех измерений, которые описаны в задаче, если он не сумасшедший и не сверхъестественно глуп. Задача столь же искусственна, как анаграмма, и единственно возможная ее цель состоит в том, чтобы получить удовлетворение от тренировки мозгов.

Математик из Вавилона, сформулировавший и решивший эту задачу, позволил себе использовать алгебру. Практически до последнего шага он следовал точно тому методу, что и большинство учеников начального курса алгебры в наши дни. Поскольку отрицательные числа еще не были полностью изучены, он пропустил второй ответ и дал только первый. Второй ответ сильно озадачил бы математика, будь он хоть на шаг впереди своего времени. Как выглядит отрицательная длина? Многие из тех, кто приступал к изучению алгебры, задавали этот вопрос только затем, чтобы убедиться, что, поскольку числа не могут лгать, они всегда имеют смысл, если с ними правильно обращаться. По этой причине отрицательная длина должна быть отвергнута.

Только после того, как непредубежденные люди перестали отмечать неудобное и предприняли попытку понять, что же они делают с числами (или что числа делают с ними?), арифметика начала свободно и в полном объеме развиваться. Но это не происходило в течение многих веков после исчезновения вавилонян в тысячах тонн рассыпавшихся кирпичей и «сиянье Греции святой», пока не пришла пора ее математике созреть, чтобы оказаться вновь открытой пробудившимися европейцами. Даже после этого потребовались века, прежде чем с отрицательными числами научились работать с должной уверенностью, ведь полное понимание пришло лишь в XIX веке. Но главный вопрос философии продолжал оставаться без ответа: «Были негативные числа изобретены или на них просто наткнулись?»

Хотя специалист по алгебре в Древнем Вавилоне нашел разумный ответ на свою же задачу, он продемонстрировал всем, имеющим зрение, куда надо смотреть, чтобы увидеть нечто важное (что могло бы оказаться безмерно важнее пропавшего ответа) для будущего науки, математики и философии. Своей задачей он показал, что числа прекрасны сами по себе и вознаграждают тех, кто изучает их ради них самих. Любознательность может «устать», если путь слишком длинен, но без нее мало что достигается в практическом плане. В этом суть учения древнегреческих математиков и ученых. Честь научить этому мир им следует разделить с вавилонянами.

## Глава 4

### Век глобальных решений

XVII век эры христианства имел много оснований для получения титула «великого века» современной науки и математики. В это время Галилей (1564–1642) и Ньютон (1642–1727) впервые в полном объеме продемонстрировали современный научный метод, объединяющий в себе математику с наблюдениями и экспериментами. Никто не верил (чем грешат отдельные теоретики-естествоиспытатели в XX веке), будто чистый разум – математика способна явить миру все фундаментальные законы развития физической вселенной.

Не верящим в магию чисел кажется невероятным, чтобы без использования метода Галилея – Ньютона в познании материального мира вообще могла совершиться промышленная революция конца XVIII – начала XIX века. История перестройки жизни людей, вызванной применением научных достижений в практической жизни, слишком хорошо известна, чтобы нуждаться в очередном пересказе. Упоминание о ней необходимо, чтобы адекватно сравнить революционный прогресс в развитии цивилизации в ином великом веке – VI веке до н. э.

В том веке два грека – Фалес и Пифагор – первые в плеяде бессмертных в области точных наук определенно встали на путь развития науки и математики, что позднее сделало возможным появление работ Галилея и Ньютона. Этот век также стал знаменательным тем, что заложил основы западной цивилизации. Если поворотные моменты в истории больше чем плод изобретательности историков, то VI век до н. э. из их числа. В VI веке до н. э. научная, математическая и религиозная мысли избрали новое направление, взяв курс в сторону от авторитета многовековых традиций к прямому изучению природы и человеческих стремлений. После Фалеса и Пифагора уже не было обязательным беспокоить богов через посредничество священников. Разумная мысль о материальном мире и месте человека в нем пробивала себе дорогу бок о бок с примитивными суевериями, возможно как никогда ранее. Но даже у самых отважных не получалось за свою короткую жизнь полностью отбросить груз прошлого. Самый бесстрашный из них, Пифагор оставил в наследство грядущим поколениям вечное смятение разума, передав им магию чисел Востока вместе со своим эпохальным вкладом в научный эксперимент и математику.

Прежде чем приступить к рассмотрению влияния чисел на образ мысли Пифагора и его последователей от прошлого к настоящему, было бы интересно узнать об интеллектуальном климате, в котором процветали он и его ближайший предшественник Фалес. Они не были одиноки, когда меняли направление человеческой мысли.

Где-то за три века до рождения Фалеса (624?—546 до н. э.) и Пифагора (569?—500?) Гомер (около IX века до н. э.) показал простым грекам их бессмертных богов во всех отношениях похожими на людей, и эти образы обрели славу, признание на тысячи лет. Помимо двух неувядающих шедевров мировой эпической поэзии, он не оставил незаурядным людям ничего. Вмешивающиеся не в свои дела боги и богини Гомера оказались настолько нелепы в то время, когда Фалес доказывал первые теоремы в геометрии, насколько сражающиеся ангелы Милтона, когда Ньютон применил дифференциальные уравнения к механике небесных тел.

Ко времени появления Фалеса для тех, кто несколько утомился от мифологии, уже существовало нечто более значительное, чем гомеровский идеал отца богов и всего человечества в виде похотливого старого деспота. Иранский проповедник Заратустра провозгласил более цивилизованную концепцию религии, в которой этические нормы возвеличивались до уровня сверхъестественного. Скорее всего, и Пифагор тоже испытал на себе влияние этого течения религиозной мысли, поскольку его собственные наставления, за исключением тех, что появи-

лись под прямым воздействием восточных фантазий или числового абсурда, были свободны от суеверий.

Длительная война между многобожием и единобожием была в самом разгаре, когда Фалес заложил основы своей геометрии. За век до его рождения знаменитая четверка еврейских пророков – Амос, Осия, Миха, Исайя, – чьи слова запечатлены в Ветхом Завете, настаивали, чтобы израильтяне и другие народы отказались от многобожия в пользу единобожия. Пятикнижие к тому времени, вероятно, тоже было завершено. Оно снабдило израильтян священной историей и строгими моральными заповедями, которые веками почитали и которым следовали ортодоксы. Эти заповеди и по сей день оказывают влияние на жизнь верующих христиан.

Традиционно Фалеса представляют неутомимым путешественником. Нас же интересуют знаменитые события, имевшие место без его участия и о которых он, возможно, знал только по слухам. В то время как он пропадал по своим делам в Египте, Вавилонии или где-то еще, триада израильских пророков решительно и тщательно продвигала бережно оберегаемое царство Иеговы на земле. Софония возвращал в строй Иуду различными предостережениями и угрозами. Наум объявил, что недавняя гибель Ниневии была делом рук Иеговы, в то время как Аввакум продолжал духовный спор с Иеговой по поводу притеснения верующих. Далеко не все из перечисленных вопросов столь же актуальны сегодня, как это было в период путешествия Фалеса по Малой Азии, когда он собирал семена, которым почти через два с половиной века предстоит расцвести как минимум в трансцендентальной арифметике Платона с его идеальными числами. Но все же эти события значительно повлияли на развитие религии, которой в конечном счете отдали предпочтение европейцы. Соответственно математические, научные, философские и религиозные идеи, управлявшие западной цивилизацией, изначально были сформулированы в VI веке до н. э.

Частично и азиатская культура тоже выросла на фундаменте, заложенном в тот изумительный век. Конфуций открыл китайцам одну философию жизни, а Лао-цзы – другую, которая дошла до наших дней под названием даосизм. Индийцами были приняты буддизм и джайнизм в учениях Гаутамы и Махавиры.

Ни китайцы, ни индийцы к тому времени не внесли сколь-либо значимого вклада в науку о числах. Одна причуда индийского числа лор тем не менее действительно привлекла метафизические искания ранних греков. Индийцы нашли пользу в больших числах, особенно в пантеонах и своей мистической хронологии. Подобно египтянам, они перешагнули недостаток примитивных чисел, чтобы считать по-крупному. Еще бы приложить усилия, и они могли бы познать бесконечно великое.

Дабы завершить перечисление известных имен, еще трое современников Фалеса могли привнести атмосферу того времени поближе к нашим дням. В то время как Фалес осваивал азы дедуктивного метода в чисто математическом его понимании, триада израильских проповедников – Эзекиль, Аггей и Захария – увещевали Израиль прекратить предаваться пороку, а иначе вера будет сметена гневом Иеговы, и призывали завершить строительство храма Соломона в Иерусалиме. Они также предсказывали пришествие Христа, который избавит мир от войн и прочих напастей.

Возможно, это только безосновательная фантазия, но, если взглянуть в прошлое, начинает казаться, что наша цивилизация где-то точно проскочила поворот на Восток вместо Запада в тот критичный VI век до н. э. Поскольку, когда умер Фалес, Будде Гаутаме, «одному из просвещенных», было около пятнадцати лет. Частично совпав по срокам с Пифагором, Гаутама пережил Фалеса на шестьдесят пять лет.

Фалес и Будда никогда не встречались. Но между тем традиционно утверждают, и, возможно, без всяких на то реальных оснований, что Пифагор в своих легендарных странствиях

встречался с Буддой. Если они все-таки встретились, то какими мыслями обменялись эти два человека, по всему миру признанные наиболее влиятельными учителями всех времен?

Был ли будда, со своим настойчивым призывом к правильному мышлению как первому шагу на пути из восьми ступеней к благодати, удовлетворен попыткой греков четко определить, что можно считать одной из разновидностей правильного мышления? Но нет явных свидетельств, что Будда вообще слышал о математике, которую открывал миру Пифагор с присущим ему рвением первооткрывателя, изучающего вновь найденный континент. Пифагор же, со своей стороны, должен был узнать много больше, чем знал до этого, о переселении душ и таинствах успешных реинкарнаций.

Где бы он ни получил эти расслабляющие восточные верования, которые сегодня владеют миллионами неприкасаемых в своей добровольной деградации, Пифагор держал их так крепко, словно какой-нибудь индийский факир. Они и его страстное увлечение числами вскормили фантастическое явление – метафизику, которая мигрировала из мировоззрения в мировоззрение, пока, очищенная наконец-то от всех разумных пятен, она не погрузилась в собственную нирвану в свободной от примесей магии чисел физики XX века.

Если бы Пифагор и Будда встретились, вполне вероятно, что мир обошелся бы без трех веков экспериментальной науки, что последовали за Галилеем и Ньютоном. Вполне реально, что это ускорение в понимании законов развития физической материи могло бы начаться сразу же после их встречи, и Платон, а не Ньютон объявил бы о законе всемирного тяготения. А еще на половину поколения позже Эйнштейн вселился бы в тело Аристотеля.

К сожалению для этой консумации познания и здравого смысла, сам Пифагор погряз в научных опытах и потерял свое могучее эго в бесконечном эксперименте. Наука, математика и философия нерешительно повернулись на Запад, а не на Восток.

Преданный сторонник современной магии чисел будет вынужден признать, что поворот на Запад задержал промышленную революцию до конца XVIII века. Поворот лицом к Востоку вверх бы мир в нее еще в III веке до н. э., и Вторая мировая война могла бы случиться на первом году нашей эры. А в каком состоянии был бы наш мир сегодня, не сможет ответить даже самый квалифицированный нумеролог.



## Глава 5

### Различия во мнениях

Когда благодарные сограждане поинтересовались у Фалеса, какую награду хотел бы он получить за свои деяния для них и города, в ответ прозвучало: «Веры в мои открытия». Если судить по дошедшим до нас письменным свидетельствам, Фалес был первым, кто предположил, что созданные разумом нематериальные, неосязаемые ценности способны пережить материальные.

Это предположение оказалось проницательным. Богатый царь Крез был помешан на золоте. Его сравнительно небогатый друг, хитроумный Фалес, увлекался идеями. Он нацелился на бессмертие. Если Крез, общеизвестный как самый богатый человек Античности, и внес в развитие цивилизации что-нибудь, кроме поговорки «богат как Крез», это уже давным-давно забыто. И хотя Крез, просто как имя, возможно, и более известен, чем Фалес, но именно последний остается вечно живым. Уже одно из его достижений обеспечило ему бессмертие, которого он желал. Дедуктивный метод исследования, используемый в геометрии, традиционно приписывается Фалесу. Он только мельком затронул то, что Пифагор и его последователи развили в заслуживающие доверия основы математики, как они воспринимаются в наше время, и все же он был первым, о ком упоминает история, кто предвидел ее возможности.

Как станет известно позднее, есть основания считать, что древние египтяне тоже применяли метод дедуктивных умозаключений в геометрии. Но, кроме неоднозначного утверждения одного человека, никаких свидетельств на этот счет обнаружено не было. Согласно греческим преданиям и истории, первым был Фалес в VI веке до н. э.

Связь дедуктивного метода со всей математикой и наукой столь важна своими последствиями, что следует немного остановиться на этом методе, прежде чем перейти к личности самого Фалеса. Самая суть вопроса состоит в том, что без дедуктивных умозаключений математики в том виде, в котором она понимается профессиональными математиками, просто не существует. Данное категоричное заявление обычно приводит в ярость тех романтиков, кто находит упоение в выискивании поразительных образчиков математического гения во всем, от учетных записей мумифицированного египетского управляющего до зигзагообразных молний на горшках индейцев племени зуни. Никто не станет отрицать, что подобные вещи могли предшествовать появлению арифметики и геометрии или что они могли бы натолкнуть людей, способных мыслить размеренно, позитивно и абстрактно, на проявление математических начал. Но путать их с математиками – все равно что смешать все мышление с розовым туманом, где мифология дикарей не может быть отличима от всемирного тяготения Ньютона и пространства-времени Эйнштейна. Нежелание провести границы между тем, что математики называют математикой и полуэмпиризмом, что предшествует этой математике, но иногда по ошибке принимается за математику, вводит в заблуждение многочисленных философов от античных греков до Канта в XVIII веке. К этому еще вернемся в соответствующем разделе.

«Дедуктивные рассуждения» можно заменить в данной работе более коротким, но не менее емким термином – «доказательство». Достаточно двух деталей. Доказательство в математике происходит от четко выраженных допущений, ясно обоснованных. Допущения могут в разное время именоваться постулатами и чуть реже аксиомами. В античные времена преобладала уверенность, что постулаты математики являются очевидными истинами, присущими «природе вещей», не требующими доказательств и являющимися непреложными для любой последовательной (не противоречащей самой себе) оценки «чисел» и «пространства». Эта вера в жизненную необходимость постулатов, скажем в элементарной геометрии и арифметике, существовала до XIX века. Затем мало-помалу приходило осознание, что постулаты, ставшие

основой математики, вовсе не обязательные истины в описанном смысле, но некое договорное условие, на которое согласны все математики. В частности, постулаты геометрии явно человеческого происхождения. Они не были навязаны человечеству «природой вещей» или каким-либо еще экстрачеловеческим посредничеством. Этот очень неадекватный итог диспута длинной в два тысячелетия вполне достаточен на данный момент, позднее он будет досконально рассмотрен.

Вторая деталь, которую следует постоянно учитывать, касается процесса, посредством которого математические выводы появляются на базе постулатов. Он и именуется дедукцией. Постулаты принимаются на веру без дальнейших доказательств. Любое утверждение, подразумеваемое постулатами, считается справедливым просто по определению. В задачи математики входит поиск утверждений, вытекающих из постулатов.

Здесь вполне уместно отметить, что пользоваться можно только системой умозаключений, согласованной между математиками. Эта система именуется формальной логикой. Со времени своего появления в Древней Греции и до настоящего времени она получила широкое распространение, классическая же логика Аристотеля является лишь разделом формальной или математической логики, традиционно используемой. Подобно постулатам, на которые она опирается, логика стала предметом всеобщего соглашения между математиками. Она не была навязана им судьбой или непреложной необходимостью. Данный вопрос также нуждается в дополнительном освещении, но не в данный момент.

Мы не затрагиваем вопрос, по какой причине математики отдают предпочтение той или иной системе постулатов в различных случаях, что легко себе представить, или почему они используют один метод рассуждений вместо другого. Так уж исторически сложилось, что геометры из глубочайшей древности перешли к определенным продуктивным методам размышлений, подсказанным им их практическим опытом. Прежде чем они осознали, что делают, они уже размышляли дедуктивно. Их умозаключения всегда оказывались последовательными.

Исходя из этого отдельные философы-математики вывели наивеличайшее и несколько не логичное утверждение: логика есть необходимость, неминуемая судьба, навязанная человеческому разуму из ниоткуда. Логика не была изобретением человека, а только лишенным временной привязки даром человечеству от бессмертных богов. В той или иной форме эта вера просуществовала ни много ни мало более двух тысяч лет. Сомнения в ее полезности появились только совсем недавно.

Дальнейшие взаимозачеты могут слишком усилить претензии одной школы философии по указанным базовым вопросам за счет ее конкурентов. Действительно ли Фалес (или любой другой человек) изобрел дедуктивный метод, или он просто наткнулся на него? Такой же вопрос мы поднимали в отношении чисел: кто-то изобрел числа или их просто нашли? Нет необходимости повторять дедуктивные рассуждения, которые уже прозвучали о числах. Каждый вправе выбрать ответ, который ему по нраву. Великие умы не приходили к согласию. Что касается нас, нам хватит и того, чтобы продолжить узнавать, как возникло это непримиримое разногласие во мнениях.

Что станет с египетскими и вавилонскими изысканиями в области чисел и всего остального в рамках суженной математической концепции, описанной выше? Поскольку ни те ни другие никогда ничего не доказывали (насколько это известно на настоящий момент), их вклад не имел ничего общего с математикой. Никого не заставляют принять столь сбивающий с толку и столь оскорбительный вывод, да мало кто и примет его. В обыкновенных исторических записках, возможно, нет ни необходимости, ни смысла проводить четкую границу между тем, что следует именовать математикой, и тем, что не заслуживает носить этот громкий титул. Настоятельное требование доказательств как критерий – это современный подход. Если пользоваться только им, то придется отвергнуть слишком многое из того, что наши предки именовали математикой, и сильно посягнуть на наши собственные достижения.

Компромиссом было бы признать все, что большинством компетентных математиков конкретной эпохи было принято как доказанное, не важно, выдержало ли это критику позднейших поколений математиков или было признано ошибочным или неполным. Но тогда потребовался бы тест на признание, что есть по сути доказательство. Те, кто пытался подтвердить свои выводы, могут считаться математиками, а остальные – эмпирики.

Разграничение достаточно известно редакторам математической периодики, которым положено решать, является ли представленная им на публикацию работа математической или какой-либо еще. Воспользуемся примером из арифметики. Прилежный расчетчик осознает после сорока лет нещадных трудов, что 8 и 9 – единственные числа меньше миллиарда миллиардов, отличные друг от друга только на 1, для которых характерно следующее: оба числа являются точными степенями, основания и показатели которых также отличаются на единицу ( $8 = 2^3$ ,  $9 = 3^2$ ). Истрепав несколько калькуляторов и немного собственной нервной системы, потенциальный математик считает дело законченным и принимает решение обнародовать свое исследование. Итак, он пишет редактору любимого математического журнала о своей гипотезе: «Единственными точными степенями, отличными на 1, являются 8 и 9». – «Возможно, вы правы, – отвечает редактор, – но как вы это докажете? С надеждой на известие от вас в ближайшем будущем возвращаю вам вашу рукопись». С тех пор все ждет ответа.

## **Глава 6**

### **Мудрость как профессия**

На примере жизни Фалеса хорошо видны признаки нового праздного класса и зарождение новейшего культа профессионально мудрого человека. Как-то слабо верится, что, если бы философы и математики Древней Греции не были освобождены от физического труда, они способны были бы внести серьезный вклад как в философию, так и в математику.

Незаурядный человек, не выполняющий никаких обязанностей, которые в сознании обычного человека именуются работой, не был редкостью в VI веке до н. э. Действительно, задолго до этого несколько тысяч подобных людей одновременно проживали только в одном Египте. Эти облагодетельствованные смертные толпились как трутни, около замков и стола короля, добывая себе пропитание передачей указаний богов королю и простолюдинам.

Фалес и его последователи по профессии не притворялись, будто дают обществу что-либо стоящее, как поступают священники. Мудрецы новой формации крепко стояли на своих ногах, не опираясь на богов, и едва ли позволяли себе расточительность тратить хотя бы мысль на рабов, обеспечивавших им пищу телесную. Некоторые из этих неsgiбаемых мыслителей были сами хорошо обеспечены, другие же находились на содержании у богатых покровителей.

## **Конец ознакомительного фрагмента.**

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.