

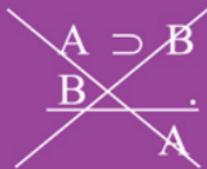
Ю. Ю. Черноскотов

# ЛОГИКА

краткий конспект



$$A \Leftrightarrow B \models \neg(A \& B)$$



$$\exists x \forall y \neg R(y, x)$$

| <i>A</i> | <i>B</i> | <i>A</i> $\supset$ <i>B</i> |
|----------|----------|-----------------------------|
| и        | и        | и                           |
| и        | л        | л                           |
| л        | и        | и                           |
| л        | л        | и                           |

*AAA – BARBARA*  
*EAE – CELARENT*  
*AII – DARII*  
*EIO – FERIO*

# Юрий Юрьевич Черноскутов

## Логика. Краткий конспект

*[http://www.litres.ru/pages/biblio\\_book/?art=21538818](http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=21538818)*

*Издательство «Проспект»; 2013*

*ISBN 9785392103607*

### **Аннотация**

Предлагаемое учебное пособие представляет собой весьма сжатое, конспективное введение в современную логику, предназначенное для «гуманитариев». Основано на лекционном курсе, читаемом автором в университетах Санкт-Петербурга. Адресовано студентам и школьникам, изучающим логику как общеобразовательную дисциплину, а также всем желающим самостоятельно ознакомиться с базисными принципами и разделами современной формальной логики.

# Содержание

|  |    |
|--|----|
| Тема 1   | 5  |
| 1.1. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ<br>ЛОГИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ: ОТНОШЕНИЕ<br>ЛОГИЧЕСКОГО СЛЕДОВАНИЯ, ИСТИНА,<br>ПРАВИЛЬНОСТЬ | 5  |
| 1.2. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ<br>ЛОГИКИ   | 13 |
| 1.3. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ<br>ФОРМАЛИЗОВАННЫХ ЯЗЫКОВ   | 26 |
| Тема 2   | 38 |
| 2.1. ВЫСКАЗЫВАНИЕ, СУЖДЕНИЕ,<br>ПРЕДЛОЖЕНИЕ  | 39 |
| Конец ознакомительного фрагмента.  | 40 |

**Черноскутов  
Юрий Юрьевич  
Логика. Краткий конспект**



**[битая ссылка] [ebooks@prospekt.org](mailto:ebooks@prospekt.org)**

# Тема 1

## ПРЕДМЕТ ЛОГИКИ

### 1.1. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ: ОТНОШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКОГО СЛЕДОВАНИЯ, ИСТИНА, ПРАВИЛЬНОСТЬ

Слово «логика» в русском языке, как и в других, многозначно. Оно происходит от греческого *logos*. В древнегреческо-русском словаре список его возможных переводов занимает полторы страницы энциклопедического формата. Среди них: «речь», «слово», «предложение», «суждение», «понятие», «закон», «правило», «сущность», «мысль» и многое другое. Отсюда и многозначность производного «логика». Люди, никогда не изучавшие логики, считают, что они в состоянии выносить оценки «логично», «нелогично». Под логикой может подразумеваться связность рассуждения («Не вижу логики!»), какая-либо закономерность («Такова логика футбола: не забиваешь ты – забьют тебе»), обоснован-

ность рассуждений и поступков («Какая логика заставляет его делать это?») и многое другое. Вместе с тем есть очень древняя наука, которая именно так и называется. Ее содержание хотя и испытывало модификации на протяжении тысячелетий своего существования, остается, тем не менее, достаточно четко ограниченным. Приведенные выше словопотребления не изучаются логикой непосредственно (изучивший логику не станет специалистом по логике футбола, логике предвыборных кампаний и т. д., не сможет легко разбираться в основаниях и причинах всего что угодно); тем не менее нельзя сказать, что все эти выражения не имеют никакого отношения к логике. Только это не значит, что все это непосредственно изучается наукой по имени Логика и что изучивший ее овладеет универсальной отмычкой для решения любых проблем.

**Логика – наука о формальных законах правильного, корректного, доказательного рассуждения.**

Рассуждение представляет собой переход от одних высказываний (суждений, предложений, утверждений), данных заранее, к некоторым новым. Элементарный шаг рассуждения называется умозаключением. Центральный вопрос логики состоит в том, когда такой переход делать можно, а когда нельзя, когда умозаключение является правильным, а когда нет. Центральный ответ состоит в том, что умозаключение является правильным в том случае, если оно удовлетворяет **отношению логического следования**. Чтобы объяснить,

что под этим понимается, требуется ввести некоторые термины, без которых никогда не может обойтись изложение логики.

Исходные высказывания-рассуждения называются *посылками*. Число посылок ничем не ограничено. Возможны умозаключения из одной, двух, трех и т. д. посылок. Но множество посылок может быть и пустым (например, аксиомы геометрии не выводятся ни из каких других высказываний и могут считаться следствием из пустого множества посылок). Обозначим множество посылок как  $\{X\}$ , где  $X = x_1, x_2, \dots, x_n$ ;  $x_i$  – некоторая посылка. Новое высказывание, получаемое из исходных в результате рассуждения, называется *заключением* (или следствием). Обозначим его через  $A$ . Тогда тот факт, что некоторое высказывание  $A$  является логическим следствием из множества посылок, символически записывается следующим образом:

$$\{X\} \models A,$$

где  $\models$  – знак отношения логического следования.

**Высказывание  $A$  является логическим следствием из множества высказываний  $\{X\}$ , если, и только если истинность элементов  $\{X\}$  гарантирует истинность  $A$ .**

Иначе говоря, заключение  $A$  логически следует из посылок  $\{X\}$ , если исключен случай, когда все посылки, входящие в  $\{X\}$ , истинны, но заключение  $A$  ложно.

При определении отношения следования нами использовано понятие истинности высказывания. Здесь мы, остава-

ясь в рамках логики, приходим к пределу анализа. Раскрытие природы такого важного понятия, как «истина», не входит в задачу логики. Ее интересует переход от одних высказываний к другим, сохраняющий истинность. Подчеркнем: именно корректность перехода, а не истинность того, между чем осуществляются эти переходы. Логика исходит из того, что истина есть некая данность, которую мы в состоянии отличить от лжи, не вникая в природу и происхождение этой данности. Занимаясь этим вопросом, мы выходим за границы логики и вступаем в область теории познания, методологии или пограничную между логикой и ими.

При определении предмета логики было подчеркнуто, что она ограничивается формальными свойствами правильных рассуждений. Попытаемся объяснить, что такое форма рассуждения, на следующих примерах.

### **Пример 1.1**

*Санкт-Петербург севернее Москвы.*

*Москва севернее Киева.*

Следовательно, *Санкт-Петербург севернее Киева.*

### **Пример 1.2**

$x > y,$

$y > z,$

следовательно,  $x > z.$

В этих двух несложных рассуждениях речь идет о совершенно разных вещах. Пример 1.1 содержит рассуждение из области географии, пример 1.2 – из области математики. Од-

нако сам ход рассуждения в обоих примерах представляется одинаковым. То, что является общим для этих примеров, – это и есть их *логическая форма*. Если отвлечься от содержательных терминов, входящих в эти рассуждения (таких как «Санкт-Петербург», «Киев», «севернее», «>» и остальных), и заменить их переменными, то мы сможем получить запись, выражающую только форму обоих рассуждений. Она будет выглядеть так:

$a R b$ ,

$b R c$ ,

следовательно,  $a R c$ .

Здесь буквы  $a$ ,  $b$  и  $c$  обозначают объекты,  $R$  – отношение между объектами.

Имея дело с такой записью, которая принимает во внимание только форму рассуждения, легче обнаружить, что рассуждение, построенное по такой форме, не всегда будет верным. Например, пусть  $R$  обозначает отношение «любить»,  $a$  = Саша,  $b$  = Маша,  $c$  = Вова. Нетрудно заметить, что из посылок «Саша любит Машу» и «Маша любит Вову» нельзя вывести заключение аналогично тому, как это делалось в двух предыдущих примерах. Соответственно, такая форма рассуждения не является универсально применимой. Для того чтобы сделать ее таковой, требуется наложить ограничения на отношение  $R$ .

В заключение обратим внимание на принципиальное различие понятий правильности и истинности.

*Правильность* – это свойство рассуждений, доказательств. *Истинность* – это свойство высказываний. Можно строить правильные рассуждения исходя из ложных посылок. Так, если в примере 1.2 вместо  $x$ ,  $y$ , и  $z$  подставить такие числа, что одна из посылок этого примера окажется ложным высказыванием, например 3, 5 и 4 соответственно, то мы получим следующее рассуждение.

### **Пример 1.3**

$$3 > 5,$$

$$5 > 4,$$

следовательно,  $3 > 4$ ,

Оно хотя и выглядит довольно странно, да к тому же предлагает нам в качестве заключения ложное высказывание, тем не менее является примером формально правильного рассуждения, представленного в примере 1.2! Если же мы подставим в том же примере вместо  $z$  число 2, то наше рассуждение примет следующий вид.

### **Пример 1.4**

$$3 > 5,$$

$$5 > 2,$$

следовательно,  $3 > 2$ .

На этот раз, по-прежнему имея одну ложную посылку, мы получаем истинное заключение. Но рассуждали мы в обоих случаях по одной и той же форме, которая правильна! Дело в том, что если мы внимательно прочитаем приведенное выше определение логического следования, то заметим, что

оно требует, чтобы из *истинных* посылок следовали истинные заключения, но ничего не требует от *ложных* посылок! Иначе говоря, рассуждая правильно, но имея ложные посылки, мы можем прийти к любому результату, как истинному, так и ложному. Эта особенность была известна уже средневековым логикам и является проявлением важного закона классической логики, согласно которому из ложного высказывания следует любое высказывание.

С другой стороны, имея истинные посылки, из них можно построить некорректные, формально неправильные рассуждения. Рассмотрим следующий пример.

### **Пример 1.5**

*Tinea tapetiella* едят галстуки.

*Некоторые президенты едят галстуки.*

Следовательно, *некоторые президенты являются Tinea tapetiella.*

Обе посылки примера 1.5 представляют собой истинные высказывания, в то время как выведенное из них заключение, несомненно, ложно. Именно в этом последнем примере произошло нарушение законов логики, но не в примерах 1.3 и 1.4! Таким образом, эффективное рассуждение должно удовлетворять двум условиям: во-первых, оно должно исходить из истинных посылок, во-вторых, оно должно осуществляться по правильной форме. Логика стремится обеспечить выполнение лишь второго условия. Что же касается установления истинности посылок, в типичном случае это, увы, не

задача логики. Действительно ли  $3 > 2$ , Санкт-Петербург севернее Москвы и кто на самом деле ест галстуки, – на эти вопросы дают ответы математика, география и иные области знания. Логика отвечает на вопрос о том, что из этих посылок следует.

## 1.2. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

История логики знает три исторические эпохи, когда она развивалась особенно интенсивно и ее проблемы занимали лучшие умы человечества.

### **I. Древняя Греция (IV–II вв. до н. э.).**

Логика как наука родилась в Древней Греции. Среди факторов, способствовавших этому, следует указать по крайней мере два:

1) *развитие науки, особенно геометрии*, точнее, тот характер, какой это развитие получило в Греции. Дело в том, что многие из геометрических закономерностей, которые прочно связаны в нашем сознании с греческими именами, были известны задолго до греков – в Египте и Вавилоне. Заслуга греческих математиков не в том, что они эти закономерности открыли, – их заслуга в том, что они начали их доказывать. Предание гласит, что первым этим занялся Фалес. Причем он доказал в том числе и такие теоремы, справедливость которых, казалось бы, и так очевидна: например, что диаметр делит площадь круга пополам или что величины вертикальных углов равны. Но в этом и состоял принципиальный момент, характеризующий специфику развития науки у греков: наглядная очевидность стала рассматриваться как менее надежный источник достоверности знания, чем дедук-

тивное доказательство. Поэтому крайнюю актуальность приобрел вопрос о том, что, собственно, следует считать доказательством, а что – лишь видимостью его;

2) *судебную и политическую практику*, сложившуюся в греческих полисах. Свою точку зрения, свою правоту надо было отстаивать, причем публично. Многие состоятельные граждане стремились овладеть искусством убеждения и аргументированного изложения собственной точки зрения. В результате услуги людей, способных обучить такому искусству, – поначалу это были софисты – пользовались большим спросом.

Два указанных фактора, по сути, и по сей день определяют два основных облика логики, обусловленных обстоятельствами ее приложения: во-первых, логика как теория научного доказательства, во-вторых, логика как теория практической аргументации. Уже Аристотель (384–322), создатель логики как науки, выделял две компоненты: *аподиктику* – теорию необходимых умозаключений – и *диалектику* – искусство рассуждений на основе не обязательно истинных посылок. Кроме этого, Аристотель выделял *эристику* – искусство словопрений, или спора, – занятие наименее почтенное с точки зрения научной истины, которым, тем не менее, всякий исследователь тоже должен овладеть. Впрочем, Аристотель не обозначал исследованную им область знания словом «логика». Корпус его трактатов, от которых берет свое начало область знания, ставшая впоследствии называться ло-

гикой, включал в себя такие труды, как «Первая аналитика», «Вторая аналитика», «Об истолковании», «Категории», «Опровержения софистов», «Тописка». Уже среди его учеников за ними закрепилось наименование «Органон», т. е. орудие познания, исследования. Аристотель не рассматривал все это как отдельную науку, – это имело статус именно орудия познания, которым следовало овладеть, прежде чем приступать к изучению какой бы то ни было конкретной науки. Главным достижением Аристотеля является создание завершенной и всеобъемлющей теории силлогизма.

В известном смысле альтернативный подход к анализу рассуждений был выработан в философских школах мегариков и стоиков. В частности, Филон Мегарский (IV в. до н. э.) сформулировал понятие материальной импликации, которое считается классическим и в современной логике. Другим выдающимся представителем античной логики является Хрисипп (281/278—208/205), один из лидеров философской школы стоиков. Его логические взгляды сформировались в значительной мере под влиянием Филона. Если у Аристотеля базисным элементом для логических исследований служил термин, то у Хрисиппа таковым стало предложение. Подобный подход позволяет выявить такие принципы рассуждений, которые в некоторых отношениях являются более фундаментальными. Кроме того, он позволил Хрисиппу поставить вопрос о природе логического следования, который Аристотелем в общем виде подробно не рассматривался. К

сожалению, ни один из множества трудов Хрисиппа не сохранился, и все сведения о его логике мы имеем из третьих рук. Это одна из причин того, что долгое время логика стоиков находилась в тени логики Аристотеля.

Впрочем, поскольку речь идет о древнегреческой логике, труды Аристотеля и Хрисиппа не исчерпывают тематики логических исследований той эпохи. В частности, стоит упомянуть обнаруженные античными логиками парадоксы, прежде всего парадокс лжеца, открытие которого традиция приписывает другому представителю мегарской школы – Евбулиду: *каким будет предложение «Я сейчас лгу» – истинным или ложным?* Из допущения, что оно истинно, следует, что оно ложно, а из допущения, что оно ложно, следует, что оно истинно. Исследование причин возникновения подобного парадокса привлекало внимание многих ученых, особенно на поздних этапах развития древнегреческой науки.

## **II. Средневековая Европа (конец XI–XV в.).**

В эту эпоху другие стимулы способствовали развитию логических исследований. Высшим знанием было познание Бога, а главным источником знания – Священное Писание. Богословские рассуждения способствовали вычленению первичных логических процедур, потому что в этой сфере мысль не отягощена эмпирическим содержанием и ее убедительность целиком определяется очевидностью собственно логических схем рассуждения. Кроме того, требовалось всякое знание обосновывать ссылками на Священное

Писание. Тонкости довольно сложного христианского богословия и обширность священных текстов создавали обильный материал для глубоких и оригинальных логических исследований. Среди логиков этого периода могут быть упомянуты следующие: Пьер Абеляр (1079–1142), Петр Испанский (1210–1277), Дунс Скотт (1270–1308), Уильям Оккам (1300–1349), Раймунд Луллий (1235–1315), Жан Буридан (1300–1358), Альберт Саксонский (1316–1390).

Петр Испанский завершил свою карьеру в должности Папы Римского под именем Иоанна XXI. Поэтому его трактат «*Summulae Logicales*» стал основным учебником, по которому изучали логику в университетах средневековой Европы. Этот трактат открывался словами: «*Logica est ars artium et scientia scientiarum*» – «Логика есть искусство искусств и наука наук». Действительно, в ту эпоху логика являлась главным орудием, методом познания. В средневековом университете обучение начиналось на факультете *Artes Liberales* (свободных искусств), среди которых одно из ключевых мест занимала логика. Лишь успешно освоив изучавшиеся на этом факультете дисциплины тривиума, включавшего логику, риторику и грамматику, студент мог переходить на специализированные факультеты. Логика определялась как исследование *de sermo falso et vero*, т. е. исследование речи с точки зрения истины и лжи.

В трудах Дунса Скотта (1270–1308) наивысшего развития достигло развитие теории логического следования.

В частности, ему принадлежит формулировка закона *ex falso quodlibet sequitur*. Раймунд Луллий (1235–1315) создал первую в истории человечества логическую машину, которая механическим образом порождала допустимые следствия из заданных посылок. Машина функционировала на основе созданной Луллием особого рода комбинаторной логики.

Впоследствии средневековую логику долго третировали по разным причинам. Само слово «схоластика» стало едва ли не ругательным. Ее обвиняли за пустое умствование, за то, что она была тесно связана с построением доказательств существования Бога. Но не надо забывать, что созданное Аристотелем искусство предназначалось для того, чтобы служить «органом», т. е. орудием – орудием познания. Пусть с точки зрения другой эпохи главная цель средневековых логиков-схоластов не вызывает почтения, но надо признать, что орудие в этом не виновато; более того, это орудие было прекрасно отточено и содержалось в полном порядке. То был золотой век логики.

Лишь в XX в. вновь смогли по достоинству оценить содержание таких разделов, традиционно входивших в средневековые логические трактаты, как «De Consequentibus», «De Insolubilibus», «De Proprietate Terminorum», «De Suppositio», которые затрагивают проблематику, зачастую выходящую за границы исследований Аристотеля, и отличаются такой глубиной, которая не всегда достигается и современными ис-

следованиями.

## **Возрождение и Новое время.**

Этот временной промежуток мы не обозначаем отдельным номером, поскольку он не является таким историческим периодом, когда наблюдалось развитие логики. Это очень важный период в развитии естественных наук, да и человеческой цивилизации в целом, но в истории логики это эпоха деградации и застоя. С эпохой Возрождения авторитет средневековой логики падает. Самые глубокие и тонкие исследования логиков предшествующих веков ничем не могли помочь новым направлениям математики и естествознания. На повестке дня стояла проблема открытия тайн природы, а схоластическая логика этому не учила. Поэтому на фоне застоя логических исследований актуальность приобретает проблема метода – метода получения новых истин, метода открытий. Среди наиболее интересных и продуктивных методологических направлений, созданных в это время, нельзя не упомянуть следующие.

Фрэнсис Бэкон (1561–1626) разработал индуктивный метод. Бэкон настолько верил в продуктивность своего метода для науки, что назвал свой труд «Новый Органон» (1620), подчеркивая тем самым, что его индуктивный метод должен заменить дедуктивный метод Аристотеля.

Рене Декарт (1596–1650) пытался реабилитировать дедукцию, но не очень удачно. Проблеме метода он специально посвятил не одну работу – упомянем лишь «Рассуждение

о методе» (1637). Однако изложенные в ней собственно правила метода оказались едва ли более содержательными и полезными, чем аристотелевская дедуктивная логика.

Наконец, огромное внимание уделял этой проблематике Г. В. Лейбниц (1646–1716). Он вынашивал идею такого формального метода, который всякое рассуждение сводил бы к счету, исчислению. Если бы к последнему можно было добавить универсальный язык понятий, так чтобы операции исчисления производились над элементами этого языка, то значительная часть научного труда могла бы осуществляться на основе чисто механических процедур. К сожалению, Лейбниц практически не публиковал при жизни соображений на эту тему – они стали известны лишь к концу XIX в. И с тех пор практически по сей день развитие логики происходит под знаком идей Лейбница.

Усилия гениев XVII в. не привели ни к отмене аристотелевской логики, ни к торжеству какого-либо одного из методов. Но постепенно это привело к тому, что учебники логики на долгое время стали включать два раздела – теорию доказательства (чистую логику, или учение о формах мышления) и теорию открытия (прикладную логику, или логику исследования, или учение о методе).

В завершение характеристики этого «промежуточного» в истории логики периода отметим еще два события, оказавшие решающее влияние на понимание природы логики и структуры логического знания.

Первое. В 1662 г. была опубликована «Логика, или искусство мыслить» А. Арно и П. Николя, известная также под названием «Логика Пор-Рояля». Эта книга состояла из четырех глав: «Об идеях», «О суждениях», «Об умозаключении» и «О методе». Первые три главы содержали сильно упрощенный, можно сказать адаптированный, материал средневековой логики, а четвертая – результат новаторства. Такая структура на несколько столетий легла в основу курсов логики, часто она встречается и в наши дни. Кроме того, во многом благодаря этой книге, начал закрепляться взгляд на логику как на науку о мышлении, совершенно нетипичный для предшествующих эпох.

Второе. И. Кант (1724–1804), выдающийся немецкий философ, хотя и не имеет никаких заслуг перед логикой, окончательно и надолго определил взгляд на эту науку. Во-первых, это он впервые назвал ее формальной, во-вторых, после него окончательно закрепилось понимание логики как науки о мышлении; таким образом, «формальная логика» в кантовском понимании означает науку о формах мышления. Формальность означает здесь не только сосредоточенность на структуре, схемах мышления, но и то, что здесь не принимаются во внимание проблемы, связанные с содержанием мышления, с предметами мысли. Наконец, общим следствием из «Пор-Рояля» и Канта стало то, что логика стала рассматриваться как дисциплина, теснейшим образом связанная с теорией познания, очень часто даже как часть этой тео-

рии. Поэтому логику, излагаемую по схеме Арно и Николя и понимаемую как наука о формах мышления, правильной было бы называть не аристотелевской, но пор-роялевско-кантианской.

### **III. Современная логика (с середины XIX в.).**

Если античная логика была тесно связана с метафизикой, средневековая – с учением о языке, а логика Нового времени – с теорией познания, то становление и развитие современной логики неразрывно связано с математикой. Именно проблемы, возникшие в основаниях математики, вызвали постепенный рост интереса к логике начиная примерно с середины XIX в. Первая составляющая процесса формирования современной, или символической, логики представлена движением в направлении алгебраизации логики. Английский математик Джордж Буль (1815–1864) в своей небольшой работе «Математический анализ логики» (1847) показал, что силлогистику Аристотеля можно представить как разновидность алгебраических уравнений, где переменные замещают не обычные арифметические величины, а классы, оговорив, что не так важно, что именно имеется в виду под алгебраическими знаками. Тогда выведение заключения из посылок сводится к решению этих уравнений. При этом оказалось, что аристотелевские силлогизмы образуют лишь скромный подкласс задач, решаемых средствами предложенных Булем алгебраических методов. Алгебраическая трактовка логики получила дальнейшее развитие в работах

Августа Де Моргана (1806–1871), Уильяма Стэнли Джевонса (1835–1882), Чарлза Сэндерса Пирса (1839–1914), Эрнста Шредера (1841–1902) и др.

Другое направление исследований было тесно связано с попытками вывести основные законы математики из чисто логических принципов и представлено, прежде всего, именами Готтлоба Фреге (1848–1925) и Бертрانا Рассела (1872–1970). Эти ученые вернули понимание логики как дедуктивной системы, которое было нетипично для алгебраической логики. Г. Фреге в небольшой брошюре «Запись понятий» (*Begriffsschrift*, 1879), по сути, частично реализовал программу Г. В. Лейбница, построив формализованный язык логики и на его основе исчисление, в котором все законы логики выводились из небольшого числа логических аксиом. К сожалению, как обнаружил в 1902 г. Б. Рассел, в логической системе Фреге выводимо противоречие, которое до сих пор часто обозначается как *парадокс Рассела*. Это открытие было очень болезненным, поскольку Фреге строил свое исчисление для того, чтобы показать, что в нем могут доказываться не только законы логики, но и основные законы арифметики натуральных чисел. К тому времени уже было показано, что остальные разделы математики могут быть выведены из теории натуральных чисел, а естествознание, насквозь пронизанное математическими методами, уже стало гордостью человеческой цивилизации. Получалось, что все это строившееся столетиями здание научных знаний ни-

чего не стоит, поскольку оно основано на столь эфемерном фундаменте, как противоречивая логика. Поэтому лучшие математики того времени обратились к тщательному изучению и исправлению логики, ибо речь шла ни больше ни меньше как о спасении самой математики. Результатом этого процесса и стало появление современной логики. Важной вехой на этом пути явилась монография Давида Гильберта и Вильгельма Аккермана «Основания теоретической логики» (1928, русское издание – 1947). По сути, это первая книга, специально посвященная символической логике, – ведь у Фреге, Рассела и других авторов логика была первым разделом труда, посвященного основаниям математики. Структура и порядок изложения, представленные в этой работе, по сей день, по существу, лежат в основе современных курсов логики.

Таким образом, современная логика была создана математиками для решения проблем, возникших в основаниях математики. Тем не менее достаточно скоро обнаружилось, что, во-первых, созданный математиками логический аппарат может найти применение не только в математике: многие философы попытались, и довольно успешно, по-новому взглянуть с его помощью на традиционные философские проблемы; затем он нашел довольно эффективное применение в информационных технологиях и кибернетике, в анализе естественного языка, во многих других сферах. Во-вторых, практически немедленно после его появления он

сам стал предметом пристального внимания. Критическое обсуждение некоторых фундаментальных принципов новой логики уже в 1920-е гг. привело к тому, что начали формироваться различные направления неклассических логик, многие из которых не были связаны с проблемами обоснования математики. Поэтому не совсем правильно характеризовать современную логику как математическую логику, если под этим понимается не более чем один из разделов математики. Ее можно считать математической в смысле знаменитого афоризма, авторство которого приписывается П. С. Порецкому (1846–1907), автору первого в России лекционного курса по математической логике, согласно которому математическая логика, будучи «современной теорией правильного рассуждения», есть «логика по предмету и математика по методу».

## 1.3. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ФОРМАЛИЗОВАННЫХ ЯЗЫКОВ

Современные логические теории строятся на основе некоторого специально создаваемого для этих целей языка. Теория языка, даже если речь идет о формализованном языке логических теорий, строго говоря, не является разделом логики. Тем не менее, учитывая, что формализованный язык является необходимым условием для построения логической теории, мы не можем не уделить ему некоторого внимания.

Искусственные языки, используемые при построении логических теорий, называют формализованными, поскольку их цель состоит в том, чтобы точно отобразить логическую форму выражений, используемых в рассуждении. Это сразу позволяет нам указать первое отличие этих языков от естественных. В первом приближении можно выделить две функции языка: коммуникативную и репрезентативную. Язык может выступать, во-первых, как средство общения и, во-вторых, как средство выражения. Искусственные языки, создаваемые для научных целей, к которым относятся и языки логики, не предназначены для общения: они выполняют только вторую функцию – репрезентативную.

Язык конкретной теории называется *объектным языком*, или *языком-объектом*. Для описания такого языка требует-

ся *метаязык*. По своим выразительным возможностям он должен быть, по крайней мере, не беднее объектного языка. При этом разделение на метаязык и язык-объект не является абсолютным: один и тот же язык может выступать как в роли метаязыка, так и в роли языка-объекта. Так, в русском учебнике немецкого языка русский язык будет являться метаязыком, а немецкий – объектным языком; в случае же немецкого учебника по русскому языку дела будут обстоять наоборот.

Построение языка начинается с задания его алфавита. В отличие от естественного языка алфавит формализованного языка представляет собой список всех базисных (или примитивных) символов, используемых в языке. Этот список варьируется в разных теориях в зависимости от того, какие именно свойства требуется формализовать в рамках той или иной теории. Для этого алфавита затем надо указать правила синтаксиса, семантики и прагматики. Необходимость этих трех теорий для полного описания языка установлена, в частности, в рамках *семиотики* – общей теории знаковых систем. Эти три стороны характеризуют любую знаковую систему.

*Синтаксис* исследует связи между знаками некоторого языка, правила их соединения. При этом не принимаются во внимание вопросы о том, что именно стоит за этими знаками, т. е. что они означают. *Семантика* исследует отношения между знаками и тем, что ими обозначается. Проще говоря, семантика – это описание смысла используемых в языке

знаков, а также смысла сложных выражений, которые можно построить по законам синтаксиса. *Прагматика* занимается ситуативными параметрами, оказывающими влияние на семантические и синтаксические свойства выражений языка. Например, мы не можем установить, истинно ли предложение «Я сегодня счастлив», пока не выясним, кто именно скрывается за местоимением «я» и что именно за день обозначен словом «сегодня». Прагматика занимается формальными свойствами предложений, содержащих такого рода указатели, отсылающие к некоторой ситуации. Сразу отметим, что в нашем учебнике вопросы логической прагматики затрагиваться не будут.

Между естественными и искусственными языками можно заметить то различие, что, когда мы занимаемся, например, синтаксисом некоторого естественного языка, последний выступает перед нами как данность и наша задача – раскрыть присущие этому языку синтаксические закономерности. Искусственные же языки создаются для определенных целей, и в зависимости от этих целей мы сами задаем необходимые для их достижения правила синтаксиса. Поэтому искусственные языки значительно беднее естественных по широте выразительных возможностей, но позволяют достигать такой строгости и точности при описании стоящих перед ними задач, которые естественному языку либо недоступны, либо достигаются ценой невероятного многословия и (или) противоестественного искажения привычных спосо-

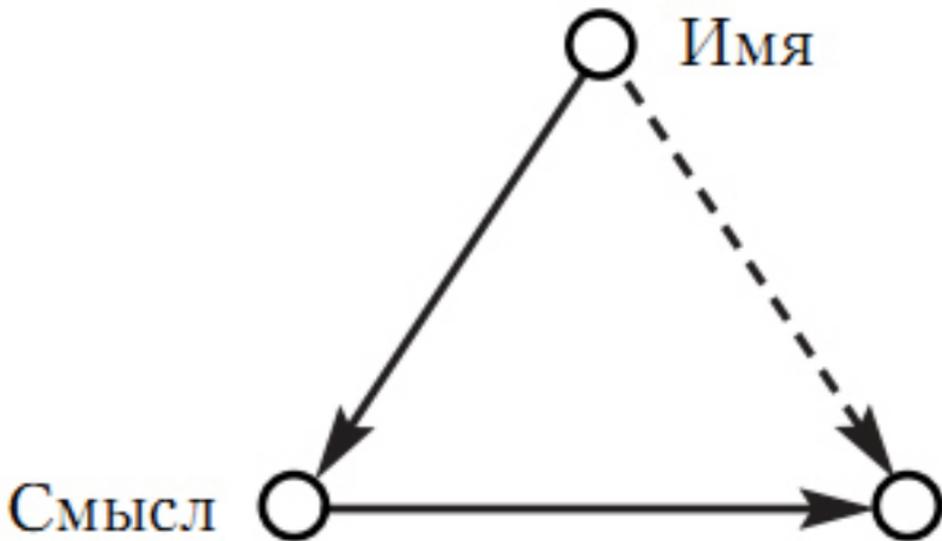
бов выражения. Чтобы осознать, что это действительно так, попробуйте описать словами обычного русского языка какое-нибудь тригонометрическое уравнение третьей степени, не используя специальных математических терминов. Поэтому Лейбниц и Фреге любили уподоблять отношение между естественным и искусственным языком отношению между глазом и микроскопом: глаз несравненно гибче, чем микроскоп, он выполняет намного больше функций. Микроскоп же предназначен для решения едва ли не единственной задачи, но это такая задача, перед которой обычный человеческий глаз просто бессилён.

В примерах, рассмотренных в § 1.1 мы делали подстановки конкретных значений вместо переменных. При этом логическая форма рассуждения, как мы обратили внимание, оставалась неизменной. Это даёт нам первую, простейшую и фундаментальную классификацию символов, используемых в формализованном языке.

Во-первых, это логические символы, которые задают логическую форму и должны оставаться постоянными. Во-вторых, нелогические – они должны обозначать элементы содержательного характера, которые допускают замену: президенты, города, числа и т. п. Такие символы обычно выступают в качестве переменных. В-третьих, для построения выражения языка требуются вспомогательные (технические) символы, которые сами по себе ничего не обозначают.

## **Некоторые основные понятия семантики**

Некоторые базисные принципы логической семантики были заложены в работах Г. Фреге. В центре его внимания оказались семантические свойства категории «Имя». По его мнению, имя имеет две характеристики: смысл и значение. *Значение* – то, на что имя указывает, это предмет, для обозначения которого служит имя. *Смысл* – это информация, сообщаемая именем. Благодаря тому что имя имеет смысл, мы его понимаем. Принято говорить, что имя выражает смысл и указывает на значение. При этом не всякое имя, обладающее смыслом, имеет и значение. Таковы литературные персонажи, сказочные и мифические герои, а также выражения вида «круглый квадрат» и «самое большое натуральное число». Последние являются осмысленными – ведь именно благодаря этому мы их понимаем; в частности, мы понимаем, что предмета, обозначенного подобным именем, существовать не может. Таким образом, имя указывает на объект при посредстве смысла; при этом, двигаясь из пункта «имя» в пункт «значение», можно застрять в пункте «смысл» и не добраться до цели. Поэтому линия между именем и его значением на рис. 1.1 проведена пунктиром.



*Рис. 1.1*

Тот факт, что один и тот же предмет может обозначаться разными именами, возможен благодаря тому, что эти имена имеют одинаковые значения, но разные смыслы. Поэтому, считает Фреге, различие смысла и значения позволяет объяснить, почему мы можем ставить знак равенства в выражении « $A = B$ », хотя  $A$  и  $B$  суть разные вещи. Мы вправе делать это тогда, когда  $A$  и  $B$  имеют одинаковые значения, несмотря на то что они имеют разные смыслы. Больше того, на этом основании мы вправе заменять  $A$  и  $B$  друг на друга, сохраняя при этом уверенность, что значение более сложного выражения, в рамках которого производится такая замена, не изменится.

Эта теория становится особенно продуктивной, если мы

вслед за Фреге распространим ее на предложения. Фреге рассматривал последние как частный случай имен. Смыслом предложения он счел выражаемую им мысль, или то, что в логике обычно называется суждением, а вот значением – его истинностное значение, истину или ложь. Эта теория стала очень резонансной и широко обсуждаемой, причем не только в логике. Здесь мы отметим лишь, что она позволяет обосновать принципы дедуктивных переходов между высказываниями, выраженными в некотором языке. Мы можем переходить от высказывания А к высказыванию В на том основании, что они имеют одинаковые значения, будучи при этом различными по смыслу. Таким образом, понятие смысла как бы выносится за скобки, оно не принимается во внимание; логические связи и отношения устанавливаются и изучаются только на основе значения языковых выражений. По крайней мере, в классической логике дела обстоят именно так.

Существуют, тем не менее, контексты, в которых замена одного предложения на другое на том основании, что они имеют одинаковые значения, недопустимо. Например, в предложении «Колумб считал, что земля шарообразна» входящее в него предложение «Земля шарообразна» нельзя заменить на предложение «Петербург – город на Неве», хотя оба они имеют значение «истина». Ведь тогда вместо истинного исходного предложения мы получим ложное. В таких контекстах приходится принимать во внимание смыслы выражений. Подобного рода контексты называются *интен-*

сиональными, и их исследования осуществляются в рамках неклассических логик.

Надо сказать, что, когда мы пытаемся прилагать эту теорию к определенным видам имен, в нее приходится вносить изменения. Возьмем, например, собственное имя. *Собственным именем* называется имя, которое предназначено для указания на один, и только один объект. Многие собственные имена, которые мы встречаем в повседневной жизни, не удовлетворяют этому определению, т. е. они не являются собственными в логическом смысле. Действительно, возьмем ли мы имена или фамилии людей, клички животных, нередко даже названия населенных пунктов – эти имена, как правило, обозначают более чем один объект. Логические же собственные имена – это имена уникальных объектов, это своего рода ярлыки, которые приклеиваются к вещам: одна вещь – один ярлык. Обозначение объекта с помощью собственного имени можно уподобить указанию на него пальцем: в последнем случае мы не сообщаем о предмете никакой информации, мы только указываем на него. Исходя из подобных соображений Б. Рассел утверждал, что собственное имя имеет значение, но не имеет смысла.

Следующий вид имен – *общие имена*. Общими называются имена, предназначенные для указания на произвольный объект определенной области. Примерами общих имен могут служить такие имена, как «человек», «число», «закон». Для них уже сам Фреге усложнил свою схему. Он полагал,

что эти имена указывают на объект не напрямую, но посредством такой сущности, как *понятие*. Именно понятие, по его мнению, является значением общего имени. Под понятие, в свою очередь, подпадают определенные объекты. При этом число объектов, подпадающих под понятие, может изменяться от нуля до бесконечности. Взаимосвязь общего имени с указанными компонентами иллюстрируется на рис. 1.2.

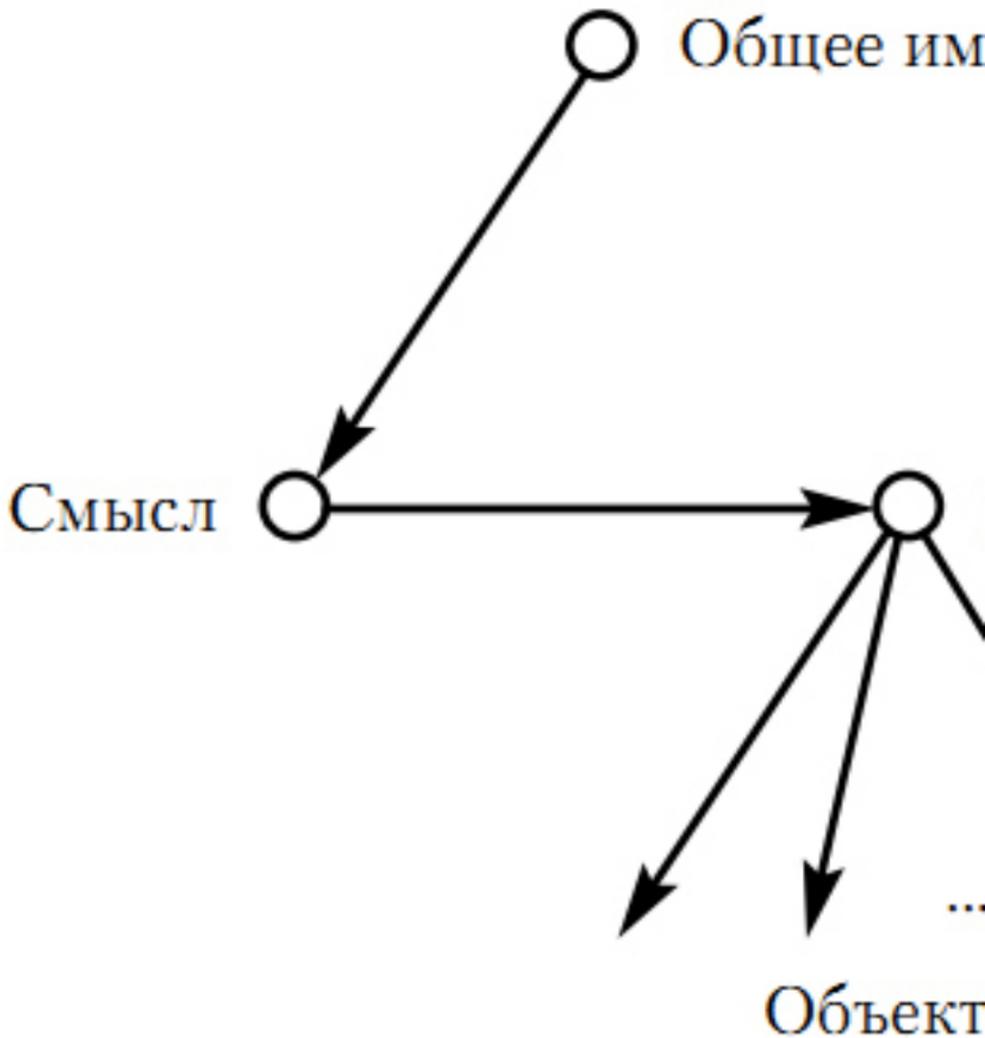


Рис. 1.2

Тем не менее, каковы бы ни были особенности этой теории применительно к различным видам имен, для всех них в классической логике имеют силу следующие принципы упо-

требления имен:

- 1) всякое имя является именем предмета;
- 2) любое имя, являющееся частью более сложного имени, может быть заменено другим именем, имеющим такое же значение, и при этом значение сложного имени не изменится.

Первый из них является принципом предметности, второй – принципом взаимозаменяемости.

Что понимать под значением имен, содержащих переменные? Предложение « $5 > 4$ » имеет значение «истина», предложение « $3 > 5$ », имеет значение «ложь», но каково значение « $x > y$ »? Вопрос этот не праздный, поскольку отношение следования устанавливается между формами высказываний, которые, как мы выяснили выше (с. 5), содержат переменные. Но логические отношения между выражениями устанавливаются исходя из значений этих выражений. Для преодоления этой трудности вводится понятие интерпретации. *Интерпретация* – это некоторое произвольное присваивание значений переменным, входящим в данное выражение. Так, примеры 1.3 и 1.4 являются разными интерпретациями примера 1.2. Пример 1.3 получается в результате присвоения переменным  $x$ ,  $y$ , и  $z$  значений 3, 5 и 4 соответственно. Предложение «Санкт-Петербург севернее Москвы» можно понимать как одну из интерпретаций выражения « $x$  севернее  $y$ », а именно такую, где переменной  $x$  присвоено значение «Санкт-Петербург», а переменной  $y$  – значение «Москва».

Очевидно, что на одних интерпретациях выражения, содержащие переменные, становятся истинными, а на других – ложными. Интерпретация, на которой выражение принимает значение «истина», называется моделью. С помощью этих понятий мы можем дать более точное определение отношению следования:

**Высказывание  $A$  является логическим следствием из множества высказываний  $\{X\}$ , сокращенно  $\{X\} \models A$ , если и только если каждая интерпретация, делающая истинной все высказывания, входящие в  $\{X\}$ , делает истинным и высказывание  $A$ .**

Или короче:

**Высказывание  $A$  является логическим следствием из множества высказываний  $\{X\}$ , сокращенно  $\{X\} \models A$ , если и только если каждая модель  $\{X\}$  является моделью  $A$ .**

## Тема 2

# ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Первый, наиболее простой раздел современной логики – это логика высказываний. Простейшим элементом в этом разделе выступает высказывание. Сначала установим некоторые терминологические различия.

## **2.1. ВЫСКАЗЫВАНИЕ, СУЖДЕНИЕ, ПРЕДЛОЖЕНИЕ**

*Предложение* – языковое средство выражения высказывания. Одно и то же высказывание может быть выражено разными предложениями. Например, предложение русского языка «Знание – сила» выражает то же самое высказывание, что и английское предложение «Knowledge is power» или латинское «Scientia potentia est».

# Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.